

< Mathematica で平面図を描く 1 >

例 $y = x^2$ のグラフを描く Mathematica プログラム (2D 例.nb)

< 2D 例.nb >

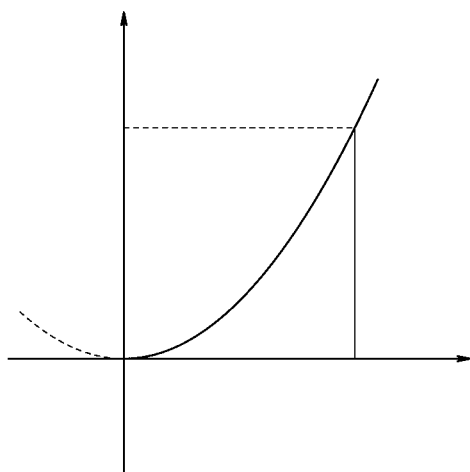
```
In[1]:= x1 = -0.5; x2 = 1.5; y1 = -0.5; y2 = 1.5;
        rx = x2 - x1; ry = y2 - y1;
        ar = ry / rx;
        wx = rx / 36; hx = 0.2 * wx;
        wy = ry / 36; hy = 0.2 * wy;
        LX = {Thickness[0.00402],
              {Line[{{x1, 0}, {x2, 0}}, Line[{{x2 - wx, -hx}, {x2, 0}, {x2 - wx, hx}}]}}];
        LY = {Thickness[0.00402], {Line[{{0, y1}, {0, y2}}],
              Line[{{-hy, y2 - wy}, {0, y2}, {hy, y2 - wy}}]}}];

In[7]:= f[x_] := x^2;

In[8]:= fL = {Thickness[0.00405], Line[Table[{x, f[x]}, {x, 0, 1.1, 0.01}]]];
        DL1 = {Dashing[{0.01, 0.01}], Line[Table[{x, f[x]}, {x, -0.45, 0, 0.01}]]];

In[9]:= DL2 = {Dashing[{0.01, 0.01}], Line[{{0, 1}, {1, 1}}]};
        SL = Line[{{1, 0}, {1, 1}}];

In[11]:= Show[Graphics[{LX, LY, fL, SL, DL1, DL2}], AspectRatio -> Automatic, PlotRange -> All]
```



Out[11]= - Graphics -

< Mathematica で平面図を描く 2 >

前ページのサンプルプログラムを解説する。

```
In[1] := x1 = -0.5; x2 = 1.5; y1 = -0.5; y2 = 1.5;
        rx = x2 - x1; ry = y2 - y1;
        ar = ry / rx;
        wx = rx / 36; hx = 0.2 * wx;
        wy = ry / 36; hy = 0.2 * wy;
        LX = {Thickness[0.00402],
              {Line[{{x1, 0}, {x2, 0}}, Line[{{x2 - wx, -hx}, {x2, 0}, {x2 - wx, hx}}]}};
        LY = {Thickness[0.00402], {Line[{{0, y1}, {0, y2}}],
              Line[{{-hy, y2 - wy}, {0, y2}, {hy, y2 - wy}}]}};
```

最初の行 (In[1] := 以下) は $-0.5 \leq x \leq 1.5$, $-0.5 \leq y \leq 1.5$ の範囲で x 軸 (LX) と y 軸 (LY) を描くためのプログラムである。 $x1 = -0.5; x2 = 1.5; y1 = -0.5; y2 = 1.5;$ は描くグラフによって変えるが, 他のところは変更しなくてよい。

```
In[7] := f[x_] := x^2;

In[8] := fL = {Thickness[0.00405], Line[Table[{x, f[x]}, {x, 0, 1.1, 0.01}]]];
        DL1 = {Dashing[{0.01, 0.01}], Line[Table[{x, f[x]}, {x, -0.45, 0, 0.01}]]];

In[9] := DL2 = {Dashing[{0.01, 0.01}], Line[{{0, 1}, {1, 1}}]};
        SL = Line[{{1, 0}, {1, 1}}];
```

In[7] では関数 $f(x) = x^2$ を定義している。

In[8] では $0 \leq x \leq 1.1$ の範囲で $f(x) = x^2$ のグラフ (実線の曲線 = fL) を定め, $-0.45 \leq x \leq 0$ の範囲で $f(x) = x^2$ のグラフ (点線の曲線 = DL1) を定めている。

In[9] では2点 (0, 1) と (1, 1) を結ぶ点線 (DL2) と2点 (1, 0) と (1, 1) を結ぶ実線 (SL) を定めている。

```
In[11] := Show[Graphics[{LX, LY, fL, SL, DL1, DL2}], AspectRatio → Automatic, PlotRange → All]
```

In[11] では LX (x 軸), LY (y 軸), fL (実線の曲線), DL1 (点線の曲線), DL2 (点線の線分), SL (実線の線分) をグラフに表示させる命令である。

ここで **AspectRatio → Automatic** はグラフの水平方向の長さと垂直方向の長さを自動的に計算して表示する命令である。

また **PlotRange → All** は図の全ての範囲を表示させる命令であり, 変える必要はない。

< Mathematica で立体図を描く 1 >

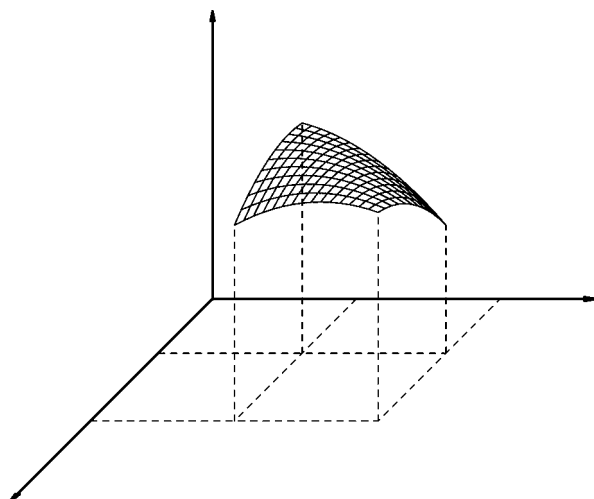
例 1 Mathematica で立体図を描く最も簡単な方法 1(5 ページ) のサンプルプログラム
 3D 例 1(type1).nb を紹介する。

< 3D 例 1(type1).nb >

```
In[1]:= FX[x_, y_, z_] := y - (x/√2);
        FY[x_, y_, z_] := z - (x/√2);
        xma = 3; yma = 4; zma = 3;
        xxd = Abs[FX[0, yma, 0] - FX[xma, 0, 0]];
        yyd = Abs[FY[0, 0, zma] - Min[FY[xma, 0, 0], FY[0, yma, 0]]];
        ar = yyd / xxd; wx = xxd / 50; hx = 0.2 * wx;
        wz = yyd / 50; hz = wz * 0.2; wy = wx; hy = hz; LX = {Thickness[0.00402],
        {Line[{{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]}, {FX[xma, 0, 0], FY[xma, 0, 0]}]}},
        {Line[{{FX[xma - wx, hx, 0], FY[xma - wx, hx, 0]}, {FX[xma, 0, 0], FY[xma, 0, 0]},
        {FX[xma - wx, -hx, 0], FY[xma - wx, -hx, 0]}]}]}]; LY = {Thickness[0.00402],
        {Line[{{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]}, {FX[0, yma, 0], FY[0, yma, 0]}]}},
        {Line[{{FX[0, yma - wy, hy], FY[0, yma - wy, hy]},
        {FX[0, yma, 0], FY[0, yma, 0]}, {FX[0, yma - wy, -hy], FY[0, yma - wy, -hy]}]}]}];
        LZ = {Thickness[0.00402], {Line[{{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]},
        {FX[0, 0, zma], FY[0, 0, zma]}]}},
        {Line[{{FX[0, hz, zma - wz], FY[0, hz, zma - wz]}, {FX[0, 0, zma], FY[0, 0, zma]},
        {FX[0, -hz, zma - wz], FY[0, -hz, zma - wz]}]}]}];

In[8]:= f[x_, y_] := 2.5 - 0.6 * x^2 + 0.8 * x * y - 0.3 * y^2;
        x1 = 0.8; x2 = 1.8; y1 = 1.5; y2 = 3;
        fG = {Table[Line[Table[{{FX[x, y, f[x, y]], FY[x, y, f[x, y]]}, {y, y1, y2, 0.1}}],
        {x, x1, x2, 0.1}],
        Table[Line[Table[{{FX[x, y, f[x, y]], FY[x, y, f[x, y]]}, {x, x1, x2, 0.1}}],
        {y, y1, y2, 0.1}]}];
        DL1 = {Dashing[{0.01, 0.01}], {Line[{{FX[x1, 0, 0], FY[x1, 0, 0]},
        {FX[x1, y2, 0], FY[x1, y2, 0]}]}},
        Line[{{FX[0, y1, 0], FY[0, y1, 0]}, {FX[x2, y1, 0], FY[x2, y1, 0]}},
        Line[{{FX[x2, 0, 0], FY[x2, 0, 0]}, {FX[x2, y2, 0], FY[x2, y2, 0]},
        {FX[0, y2, 0], FY[0, y2, 0]}]}]}]; DL2 = {Dashing[{0.01, 0.01}],
        Table[Line[{{FX[x, y, 0], FY[x, y, 0]}, {FX[x, y, f[x, y]], FY[x, y, f[x, y]]}},
        {x, x1, x2, x2 - x1}, {y, y1, y2, y2 - y1}]}];

In[12]:= Show[Graphics[{LX, LY, LZ, fG, DL1, DL2}], AspectRatio -> Automatic, PlotRange -> All]
```



Out[12]= - Graphics -

< Mathematica で立体図を描く 2 >

例 1 の Mathematica プログラムについて

(1) $\mathbf{FX}[\mathbf{x_}, \mathbf{y_}, \mathbf{z_}] := \mathbf{y} - (\mathbf{x}/\sqrt{2}); \mathbf{FY}[\mathbf{x_}, \mathbf{y_}, \mathbf{z_}] := \mathbf{z} - (\mathbf{x}/\sqrt{2});$

は空間座標 (x, y, z) を平面座標 (FX, FY) になおす方法 1(5 ページ参照) である。

(2) $\mathbf{xma} = 3; \quad \mathbf{yma} = 4; \quad \mathbf{zma} = 3;$

↑
x 軸の最大値, y 軸の最大値, z 軸の最大値

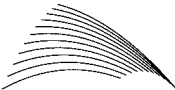
(3) $\mathbf{LX}$ (=x 軸), $\mathbf{LY}$ (=y 軸), $\mathbf{LZ}$ (=z 軸)

(4) $\mathbf{f}[\mathbf{x_}, \mathbf{y_}] := 2.5 - 0.6 * \mathbf{x}^2 + 0.8 * \mathbf{x} * \mathbf{y} - 0.3 * \mathbf{y}^2;$

2 変数関数 $f(x, y) = 2.5 - 0.6x^2 + 0.8xy - 0.3y^2$ の定義

(5) $\mathbf{fG} \Rightarrow$ 曲面 $z = f(x, y)$ を $x_1 \leq x \leq x_2, y_1 \leq y \leq y_2$ の範囲で描く。

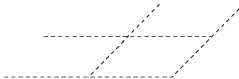
最初の $\mathbf{Table}[\mathbf{Line}[\mathbf{Table}[\{\quad\}, \{\mathbf{y}, \mathbf{y1}, \mathbf{y2}, 0.1\}]], \{\mathbf{x}, \mathbf{x1}, \mathbf{x2}, 0.1\}]$

は yz 平面に平行な曲線群  であり

後の $\mathbf{Table}[\mathbf{Line}[\mathbf{Table}[\{\quad\}, \{\mathbf{x}, \mathbf{x1}, \mathbf{x2}, 0.1\}]], \{\mathbf{y}, \mathbf{y1}, \mathbf{y2}, 0.1\}]$

は xz 平面に平行な曲線群  である。

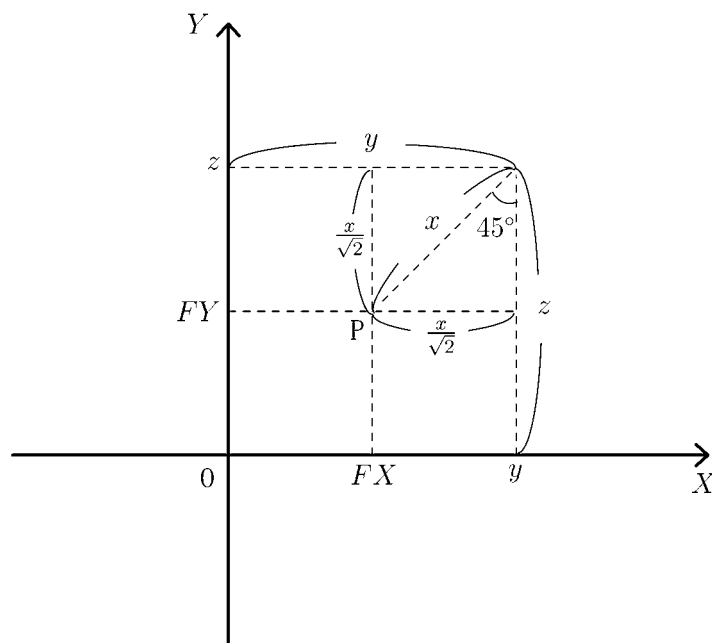
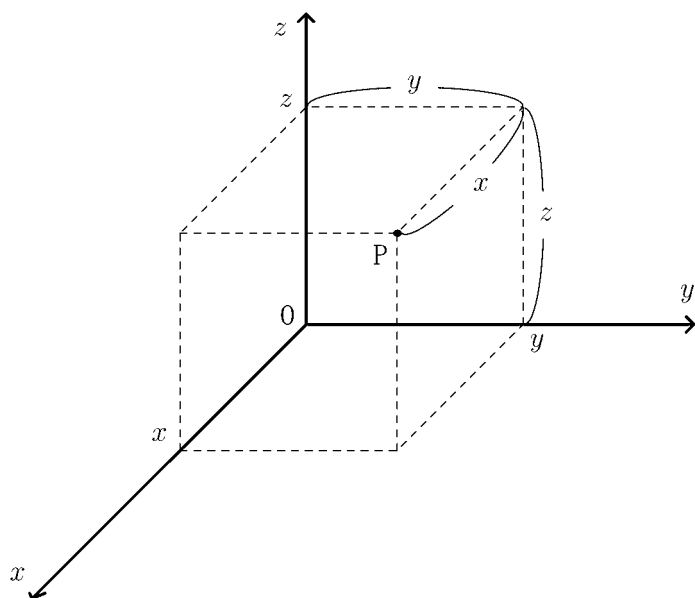
上の 2 つをあわせると網目状の曲面ができあがる。

(6) $\mathbf{DL1}$ は, xy 平面上の点線  である。

(7) $\mathbf{DL2}$ は, 縦の点線  である。

< 空間座標を2次元座標になおす方法 1 >

空間座標が (x, y, z) である点 P を



左上図のように表すとき, その点 P を右上図のように2次元平面上の点として表現し, その平面座標を (FX, FY) とすれば

$$FX = y - \frac{x}{\sqrt{2}}, \quad FY = z - \frac{x}{\sqrt{2}}$$

の関係がある。Mathematica で描く場合は, FX と FY を (x, y, z) の関数として

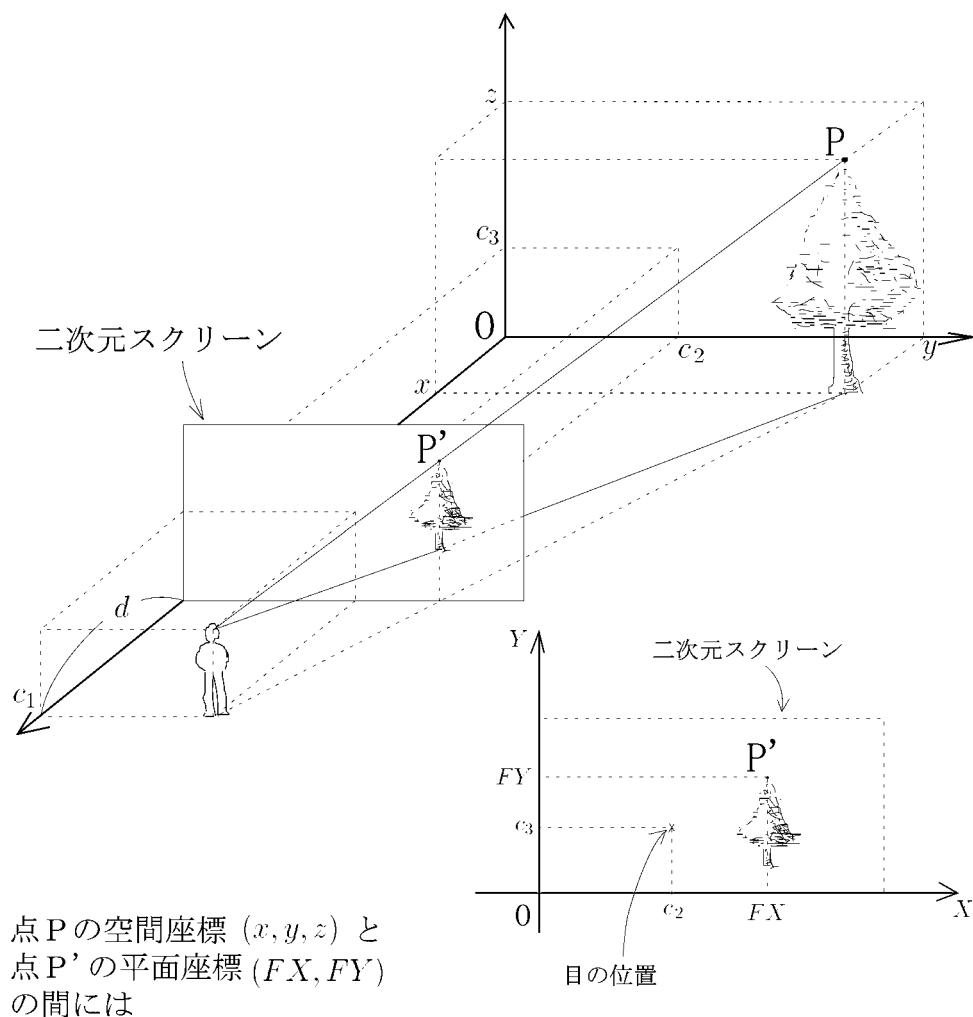
$$FX[x_, y_, z_] := y - (x/\sqrt{2});$$

$$FY[x_, y_, z_] := z - (x/\sqrt{2});$$

と定義しておくとい。

< 空間座標を2次元座標になおす方法 2 >

空間座標が (x, y, z) である点 P を目の位置が (c_1, c_2, c_3) である人間が見ているとする。人間の網膜を目から距離 d だけ離れた2次元平面と考え、その2次元スクリーンに写る点 P' の平面座標を (FX, FY) とする。



$$FX = c_2 + d \times \frac{y - c_2}{c_1 - x}, \quad FY = c_3 + d \times \frac{z - c_3}{c_1 - x}$$

の関係がある。Mathematica で描く場合には (x, y, z) の関数として

```
FX[x_, y_, z_] := c2 + d * ((y - c2) / (c1 - x));
```

```
FY[x_, y_, z_] := c3 + d * ((z - c3) / (c1 - x));
```

と定義する。

< 空間を2次元になおす方法 2 のサンプルプログラム >

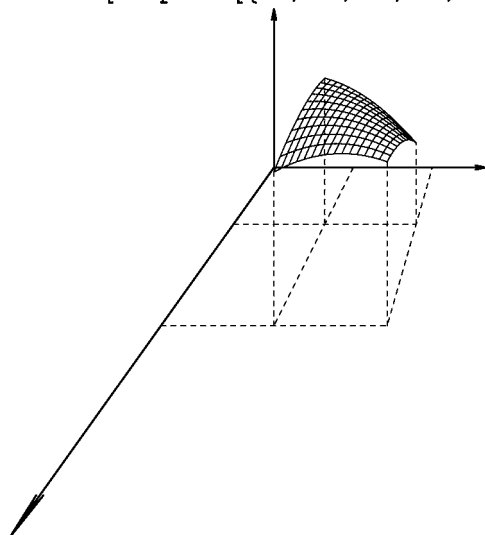
例1と同じ関数 $f(x, y) = 2.5 - 0.6x^2 + 0.8xy - 0.3y^2$ のグラフを前ページの方法で描くサンプルプログラム「3D 例1(type2).nb」である。最初行 (In[1] :=) 以外は前と同じである。

< 3D 例1(type2).nb >

```
In[1] := c1 = 6; c2 = 5; c3 = 7; d = 1;
FX[x_, y_, z_] := c2 + d * (y - c2) / (c1 - x);
FY[x_, y_, z_] := c3 + d * (z - c3) / (c1 - x);
xma = 3; yma = 4; zma = 3; tt = Abs[c1]; dd = d;
xxd = Abs[FX[0, yma, 0] - FX[xma, 0, 0]];
yyd = Abs[FY[0, 0, zma] - Min[FY[xma, 0, 0], FY[0, yma, 0]]];
ar = yyd / xxd; wx = (tt / dd) * xxd / 50; hx = 0.2 * wx;
wz = (tt / dd) * yyd / 50; hz = wz * 0.2; wy = wx; hy = hz; LX = {Thickness[0.00402],
{Line[{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]}, {FX[xma, 0, 0], FY[xma, 0, 0]}]},
{Line[{FX[xma - wx, hx, 0], FY[xma - wx, hx, 0]}, {FX[xma, 0, 0], FY[xma, 0, 0]},
{FX[xma - wx, -hx, 0], FY[xma - wx, -hx, 0]}]}]; LY = {Thickness[0.00402],
{Line[{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]}, {FX[0, yma, 0], FY[0, yma, 0]}]},
{Line[{FX[0, yma - wy, hy], FY[0, yma - wy, hy]},
{FX[0, yma, 0], FY[0, yma, 0]}, {FX[0, yma - wy, -hy], FY[0, yma - wy, -hy]}]}]; LZ = {Thickness[0.00402], {Line[{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]},
{FX[0, 0, zma], FY[0, 0, zma]}]},
{Line[{FX[0, hz, zma - wz], FY[0, hz, zma - wz]}, {FX[0, 0, zma], FY[0, 0, zma]},
{FX[0, -hz, zma - wz], FY[0, -hz, zma - wz]}]}];

In[9] := f[x_, y_] := 2.5 - 0.6 * x^2 + 0.8 * x * y - 0.3 * y^2;
x1 = 0.8; x2 = 1.8; y1 = 1.5; y2 = 3;
fG = {Table[Line[Table[{FX[x, y, f[x, y]], FY[x, y, f[x, y]]}, {y, y1, y2, 0.1}]],
{x, x1, x2, 0.1}],
Table[Line[Table[{FX[x, y, f[x, y]], FY[x, y, f[x, y]]}, {x, x1, x2, 0.1}]],
{y, y1, y2, 0.1}];
DL1 = {Dashing[{0.01, 0.01}], {Line[{FX[x1, 0, 0], FY[x1, 0, 0]},
{FX[x1, y2, 0], FY[x1, y2, 0]}]},
Line[{FX[0, y1, 0], FY[0, y1, 0]}, {FX[x2, y1, 0], FY[x2, y1, 0]}]},
Line[{FX[x2, 0, 0], FY[x2, 0, 0]}, {FX[x2, y2, 0], FY[x2, y2, 0]},
{FX[0, y2, 0], FY[0, y2, 0]}]}]; DL2 = {Dashing[{0.01, 0.01}],
Table[Line[{FX[x, y, 0], FY[x, y, 0]}, {FX[x, y, f[x, y]], FY[x, y, f[x, y]]}],
{x, x1, x2, x2 - x1}, {y, y1, y2, y2 - y1}];

In[13] := Show[Graphics[{LX, LY, LZ, fG, DL1, DL2}], AspectRatio -> Automatic, PlotRange -> All]
```



Out[13]= - Graphics -

< 空間座標を2次元座標になおす方法 3 >

目の位置が $C(c_1, c_2, c_3)$ で、点 $A(a_1, a_2, a_3)$ に焦点を合わせている。点 C からの距離が d である2次元スクリーンと線分 AC の交点を B とする。

$BC=d$ である。 $AC=t$ とすると点 B の位置ベクトルは

$$\vec{OB} = \vec{OA} + \frac{t-d}{t} \vec{AC}$$

である。今、空間の任意の点 $P(x, y, z)$ に対し、線分 PC と2次元スクリーンの交点を $Q(q_1, q_2, q_3)$ とおく。

$\vec{CQ} = K\vec{CP}$ とすると定数 K は

$$K = \frac{\vec{CB} \cdot \vec{AC}}{\vec{CP} \cdot \vec{AC}}$$

で求まる。ただし $\vec{CB} \cdot \vec{AC}$ は $\vec{CB}$ と $\vec{AC}$ の内積である。よって点 Q の位置ベクトルは

$$\vec{OQ} = \vec{OC} + K\vec{CP}$$

で求まる。今

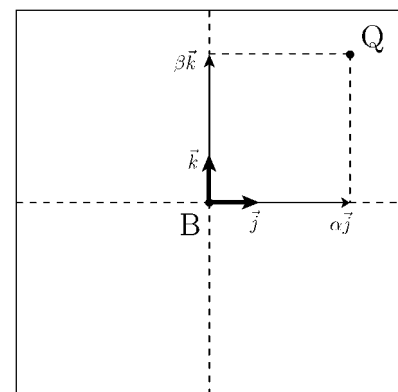
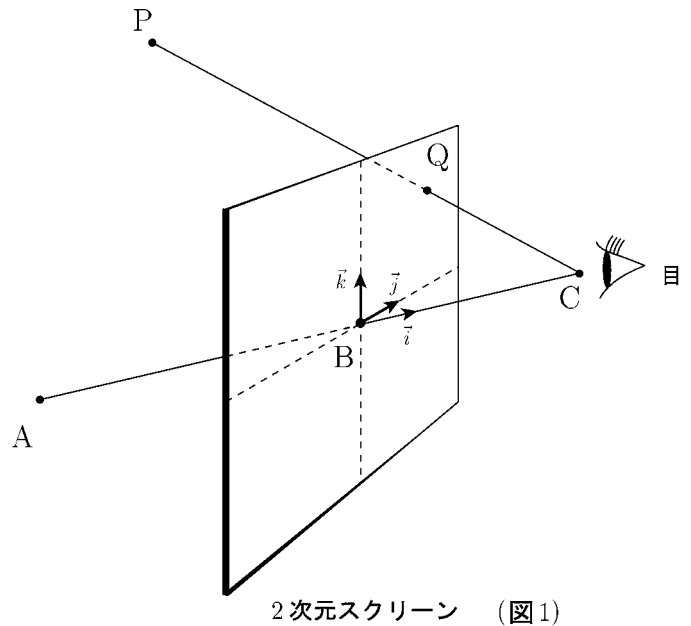
$$\vec{i} = \frac{\vec{AC}}{|\vec{AC}|}, \quad \vec{r} = (0, 0, 1), \quad \vec{k} = \frac{\vec{r} - (\vec{i} \cdot \vec{r})\vec{i}}{|\vec{r} - (\vec{i} \cdot \vec{r})\vec{i}|}, \quad \vec{j} = \vec{k} \times \vec{i} \text{ (外積)}$$

とおくと $\{\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\}$ は正規直交基底 (図1) である。点 B を2次元スクリーン (図2) 上の原点と考える。点 Q のこのスクリーンにおける相対座標 (α, β) は

$$\vec{BQ} = \alpha \vec{j} + \beta \vec{k}$$

より、 $\alpha = \vec{BQ} \cdot \vec{j}$, $\beta = \vec{BQ} \cdot \vec{k}$ (内積) で求まるから、点 Q の相対的な平面座標 (FX, FY) は

$$FX = \alpha = \vec{BQ} \cdot \vec{j}, \quad FY = \beta = \vec{BQ} \cdot \vec{k} \quad \text{で求まる。}$$



< 空間を2次元になおす方法3のサンプルプログラム >

例1と同じ関数 $f(x, y)$ のグラフを前ページの方法で描くサンプルプログラム「3D 例1(type3).nb」である。プログラムは最初の行 (In[1]:=) だけしか変わっていないので、最初の行と最後のグラフだけ示す。

< 3D 例1(type3).nb >

```
In[1]:= a1 = 0; a2 = 2; a3 = 2; c1 = 30; c2 = 75; c3 = 25; d = 3;
t =  $\sqrt{(c1 - a1)^2 + (c2 - a2)^2 + (c3 - a3)^2}$ ;
b1 = a1 + (t - d) * (c1 - a1) / t;
b2 = a2 + (t - d) * (c2 - a2) / t;
b3 = a3 + (t - d) * (c3 - a3) / t;
K[x_, y_, z_] := ((c1 - b1) * (c1 - a1) + (c2 - b2) * (c2 - a2) + (c3 - b3) * (c3 - a3)) /
((c1 - x) * (c1 - a1) + (c2 - y) * (c2 - a2) + (c3 - z) * (c3 - a3));
q1[x_, y_, z_] := c1 + K[x, y, z] * (x - c1);
q2[x_, y_, z_] := c2 + K[x, y, z] * (y - c2);
q3[x_, y_, z_] := c3 + K[x, y, z] * (z - c3);
i1 = (b1 - a1) / (t - d); i2 = (b2 - a2) / (t - d); i3 = (b3 - a3) / (t - d);
tt2 = (b1 - a1)^2 + (b2 - a2)^2; tt3 = (b3 - a3)^2 + tt2;
k1 = -  $\frac{(b1 - a1) * (b3 - a3)}{\sqrt{tt2 * tt3}}$ ; k2 = -  $\frac{(b2 - a2) * (b3 - a3)}{\sqrt{tt2 * tt3}}$ ; k3 =  $\sqrt{\frac{tt2}{tt3}}$ ;
j1 = k2 * i3 - k3 * i2; j2 = k3 * i1 - k1 * i3; j3 = k1 * i2 - k2 * i1;
FX[x_, y_, z_] := (q1[x, y, z] - b1) * j1 + (q2[x, y, z] - b2) * j2 + (q3[x, y, z] - b3) * j3;
FY[x_, y_, z_] := (q1[x, y, z] - b1) * k1 + (q2[x, y, z] - b2) * k2 + (q3[x, y, z] - b3) * k3;
xma = 3; yma = 4; zma = 3; yahaba = 1.9;
xxd = Abs[FX[0, yma, 0] - FX[xma, 0, 0]];
yyd = Abs[FY[0, 0, zma] - Min[FY[xma, 0, 0], FY[0, yma, 0]]];
ar = yyd / xxd; wx = (t / d) * xxd / 50; hx = yahaba * 0.2 * wx;
wz = (t / d) * yyd / 50; hz = yahaba * wz * 0.2; wy = wx; hy = hz; LX = {Thickness[0.00402],
{Line[{{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]}, {FX[xma, 0, 0], FY[xma, 0, 0]}}]},
{Line[{{FX[xma - wx, hx, 0], FY[xma - wx, hx, 0]}, {FX[xma, 0, 0], FY[xma, 0, 0]},
{FX[xma - wx, -hx, 0], FY[xma - wx, -hx, 0]}}]}]; LY = {Thickness[0.00402],
{Line[{{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]}, {FX[0, yma, 0], FY[0, yma, 0]}}]},
{Line[{{FX[0, yma - wy, hy], FY[0, yma - wy, hy]},
{FX[0, yma, 0], FY[0, yma, 0]}, {FX[0, yma - wy, -hy], FY[0, yma - wy, -hy]}}]}];
LZ = {Thickness[0.00402], {Line[{{FX[0, 0, 0], FY[0, 0, 0]},
{FX[0, 0, zma], FY[0, 0, zma]}}]},
{Line[{{FX[0, hz, zma - wz], FY[0, hz, zma - wz]}, {FX[0, 0, zma], FY[0, 0, zma]},
{FX[0, -hz, zma - wz], FY[0, -hz, zma - wz]}}]}];
```

