1　関係を数学的に定義すると

【練習問題 1】

$R_6 = \{($リンゴ, ミカン$), ($ミカン, ナシ$), ($ナシ, ブドウ$), ($ブドウ, リンゴ$)\}$

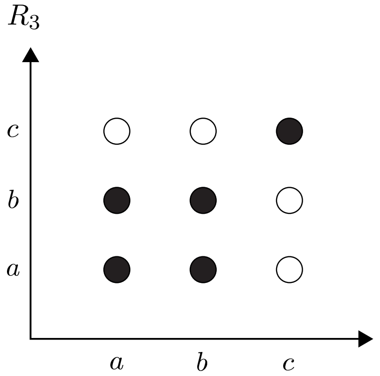
$R_7 = \{($ブドウ, リンゴ$), ($ブドウ, ミカン$), ($ブドウ, ナシ$), ($ブドウ, ブドウ$)\}$

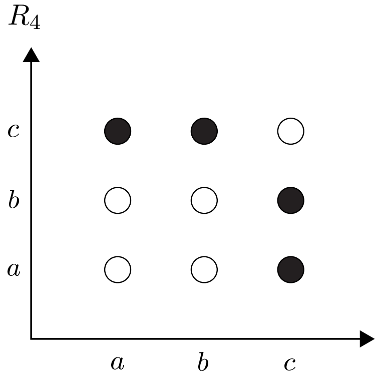
$R_8 = \{($リンゴ, リンゴ$)\}$

など。

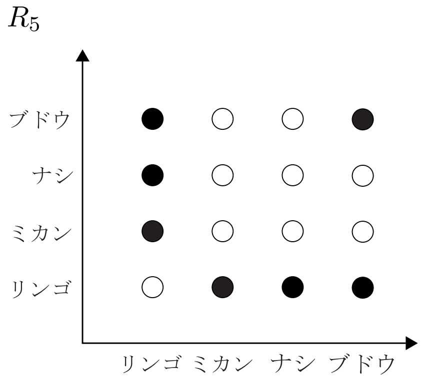
2　関係を座標図で表現する

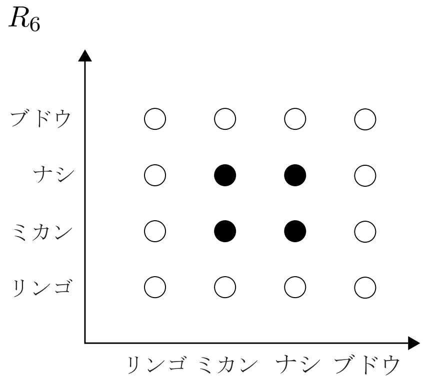
【練習問題 2-1】





【練習問題 2-2】

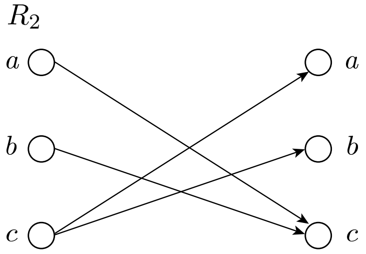


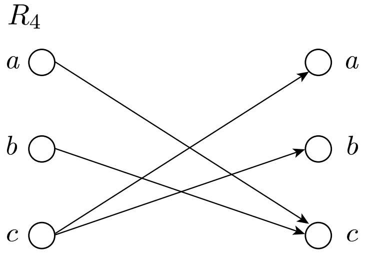


など。

3　関係を矢線図で表現する

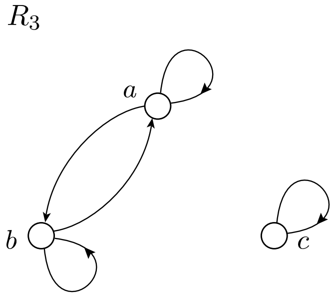
【練習問題 3】

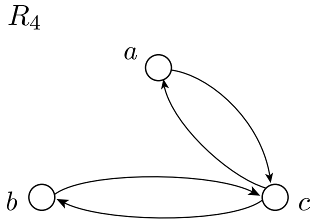




4　関係を有向グラフで表現する

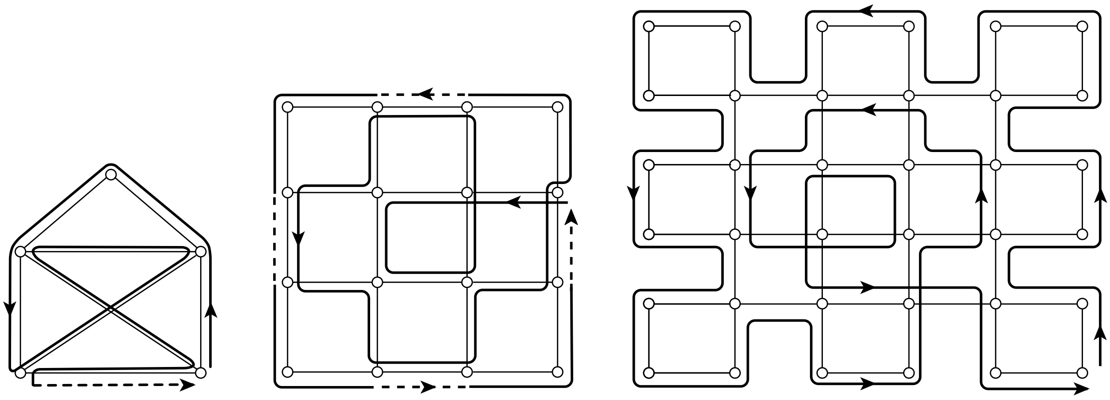
【練習問題 4】





5　ケーニヒスベルグの七つの橋：グラフ理論の誕生

【練習問題 5】



左と中央のグラフは、点線部分に辺を追加するとオイラーグラフになる。

右のグラフはオイラーグラフである。

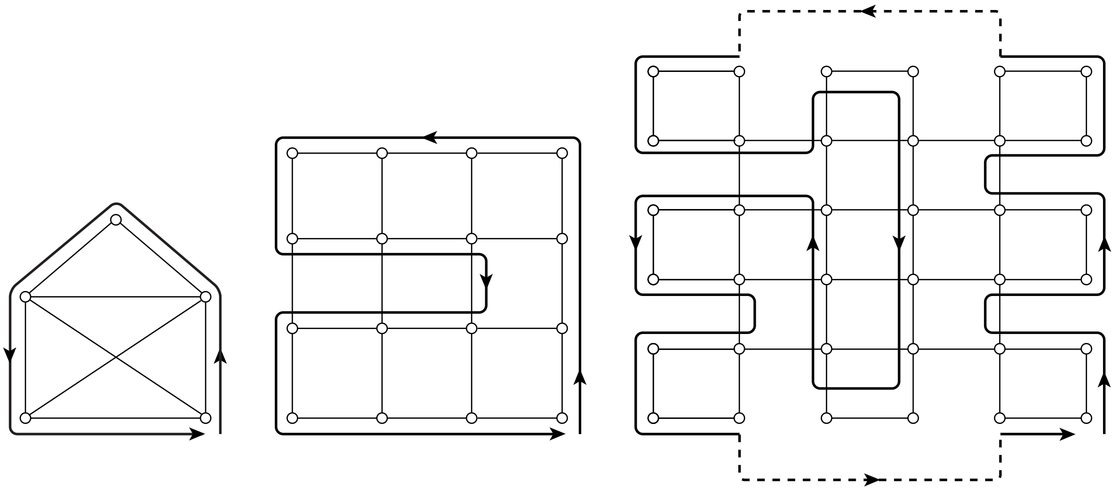
6　握手の定理

【練習問題 6】

ただひとつの頂点の次数が奇数で、それ以外の頂点の次数が偶数であるようなグラフがあると仮定する。このグラフにおける次数の総和は常に奇数となり、これは握手の定理に反する。よって、このようなグラフは存在しない。

7　ハミルトングラフ：難しい問題の例

【練習問題 7】



左と中央のグラフはハミルトングラフであり、ハミルトン閉路を持つ。

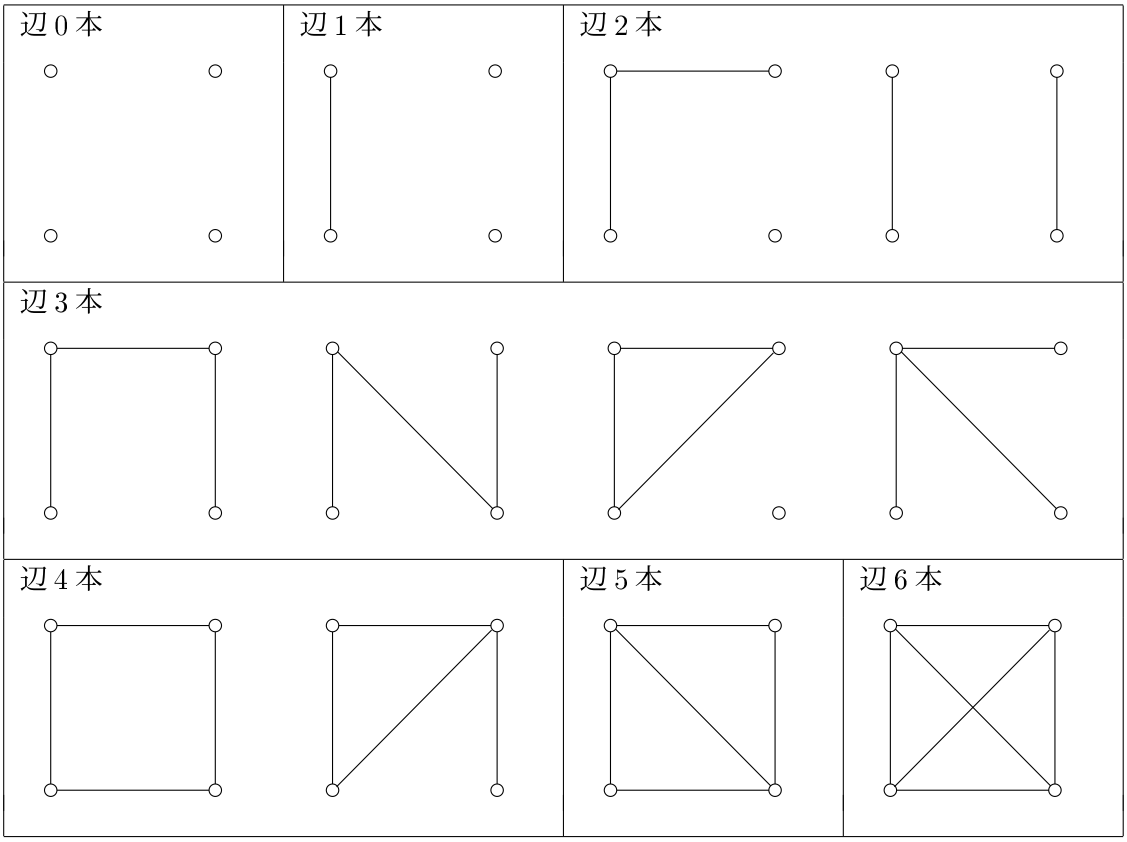
右のグラフは、点線部分に辺を追加することでハミルトングラフになる。

8　同型なグラフ

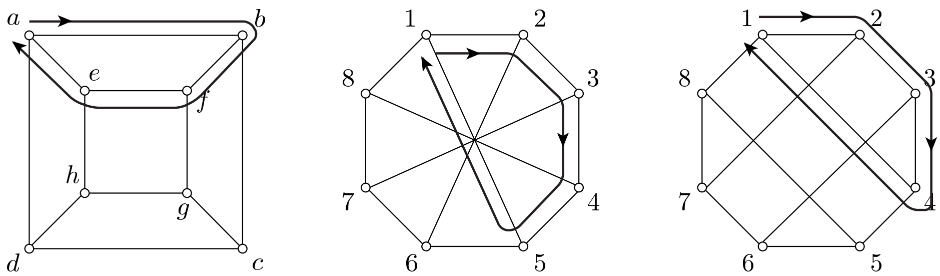
【練習問題 8-1】

a と 5, b と 3, c と 1, d と 2, e と 4 を対応づける。

【練習問題 8-2】



【練習問題 8-3】



左と右のグラフにおいて、a と 1, b と 2, c と 7, d と 8, e と 4, f と 3, g と 6, h と 5 のような対応づけを行うことができるため、これら 2 つは同型のグラフであると言える。

グラフ上において、ある頂点から出発し、辺を通ってまたもとの頂点へ戻ってくる経路を考える。左と右のグラフにおいては、どの頂点から出発しても、もとの頂点へ戻ってくるにはかならず偶数本の辺を通る。一方中央のグラフにおいては、上図に示す 5 本の辺からなる経路のように、奇数本の辺を通ってもとへ戻る経路を見つけることができる。このことから、中央のグラフが他と同型でないと言える。