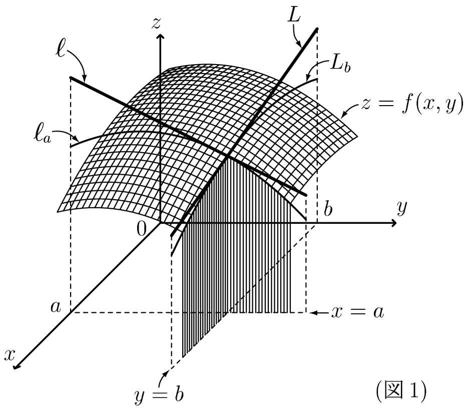
< 偏微分係数の幾何学的意味 >

2 変数関数 $z = f(x,\ y)$ のグラフは曲面を 表す。この曲面と平面 $y = b$ との共通部分を 曲線 L_b とする (図 1)。曲線 L_b を xz 平面の 方から見ると，図 2 のような曲線になる。こ のとき，この曲線 $z = f(x,\ b)$ の $x = a$ にお ける接線 L の傾きが $f_x(a,\ b)$ である。

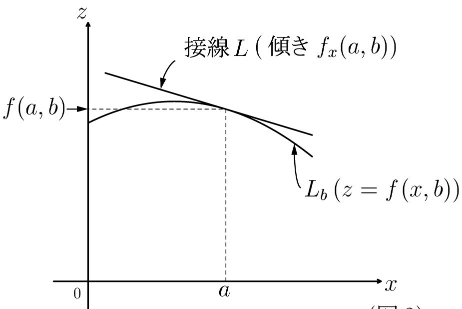


(図 1)

$\boxed{f_x(a,\ b) = \text{接線 } L \text{ の傾き}}$

> 接線 L の方程式
> $y = b,\quad z = f_x(a,\ b)(x - a) + f(a,\ b)$

つまり $\boldsymbol{f_x(a,\ b)}$ は曲面 $z = f(x,\ y)$ の点 $(a,\ b)$ における **x 軸方向の傾き** を意味する。



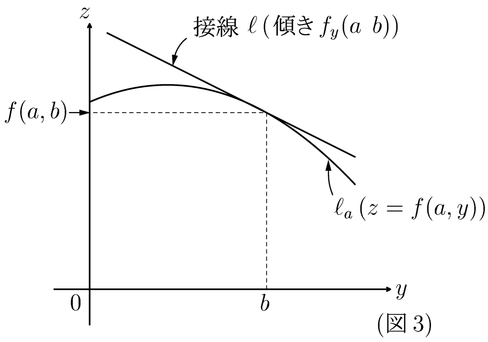
(図 2)

同様にして，この曲面と平面 $x = a$ との共通 部分を曲線 ℓ_a とする (図 1)。ℓ_a のグラフは図 3 のような曲線である。この曲線 $z = f(a,\ y)$ の $y = b$ における接線 ℓ の傾きが $f_y(a,\ b)$ である。

$\boxed{f_y(a,\ b) = \text{接線 } \ell \text{ の傾き}}$

> 接線 ℓ の方程式
> $x = a,\quad z = f_y(a,\ b)(y - b) + f(a,\ b)$

つまり $\boldsymbol{f_y(a,\ b)}$ は曲面 $z = f(x,\ y)$ の点 $(a,\ b)$ における **y 軸方向の傾き** を意味する。



(図 3)

問　$f(x,\ y) = x^2 - 3x + xy - y^2 + 2y - 4,\quad (a,\ b) = (3,\ 2)$ のとき，$f_x(x,\ y)$, $f_y(x,\ y)$, $f(a,\ b)$, $f_x(a,\ b)$, $f_y(a,\ b)$ を求め，接線 L と ℓ の方程式を求めよ。

$f_x(x,\ y) =$　　　　$f_y(x,\ y) =$

$f(3,\ 2) =$　　　　$f_x(3,\ 2) =$　　　　$f_y(3,\ 2) =$

$=$　　　　$=$　　　　$=$

接線 L の方程式
$y = 2$

$z =$

接線 ℓ の方程式
$x = 3$

$z =$