

< 平均の速さと瞬間の速さ >

平均の速さは移動した距離を移動にかかった時間で割ったものである。

$$\text{平均の早さ} = \frac{\text{距離}}{\text{時間}}$$

例 1 車が 150km を 3 時間で走れば平均の速さは $\frac{150(\text{km})}{3(\text{h})} = 50(\text{km/h})$ (= 平均時速 50km) である。

例 2 静止していた物体が、落下し始めてから x 秒間に落ちる距離を $y\text{m}$ とすると、 y は x の関数で、

$$y = 4.9x^2$$

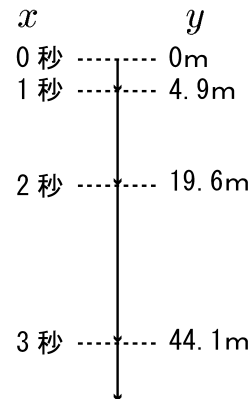
で与えられる。1 秒後から 3 秒後までの平均の早さは

$$\frac{4.9 \times 3^2 - 4.9 \times 1^2}{3 - 1} = \frac{44.1 - 4.9}{2} = 19.6(\text{m/s})$$

である。また a 秒後から b 秒後までの平均の早さは

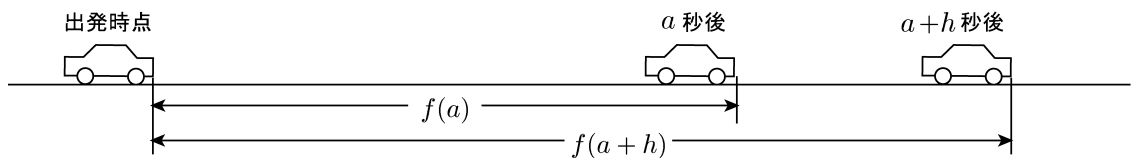
$$\frac{4.9 \times b^2 - 4.9 \times a^2}{b - a} = \frac{4.9(b^2 - a^2)}{b - a} = 4.9(a + b)(\text{m/s})$$

である。



例 3 例 1 の車は常に 50(km/h) で走っているわけではない。信号があれば止まるし、50(km/h) 以上の速さを出すこともある。実際に車に乗ってスピードメーターを見ると、スピードメーターで表示される速さは刻一刻と変わっている。このようなスピードメーターで表示される各時刻での速さを**瞬間の速さ**といい、**平均の速さ**と区別する。

瞬間の速さを直線の上を走る車の例で説明する。出発時点から x 秒後までに走った距離を $f(x)$ とする。



a 秒後から $a+h$ 秒後までの平均の速さは $\frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ である、**瞬間**というのは**時間間隔がゼロ**ということであるから、時間間隔 h を 0 (ゼロ) に近づけたときの平均の速さの極限で瞬間の速さを計算する。

$$a \text{ 秒後の瞬間の速さ} = \lim_{h \rightarrow 0} (a \text{ 秒後から } a+h \text{ 秒後までの平均の速さ}) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

例 4 例 2 の場合、 x 秒後の落下距離は $f(x) = 4.9x^2$ である。このとき a 秒後の瞬間の速さは

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4.9(a+h)^2 - 4.9a^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} 4.9(2a+h) = 9.8a \text{ (m/s)}$$

である。