

< フーリエ変換の練習 >

**問 1** 関数  $f(t)$  が次の各場合に,  $f(t)$  のフーリエ変換  $\mathcal{F}[f(t)]$  を求めよ。ただし,  $K, n, \alpha$  は定数で,  $n > 0, \alpha > 0$  とする。

$$(1) f(t) = \begin{cases} 0 & : n < t \\ K & : -n \leq t \leq n \\ 0 & : t < -n \end{cases} \quad (2) f(t) = \begin{cases} 0 & : \pi < t \\ \pi - |t| & : -\pi \leq t \leq \pi \\ 0 & : t < -\pi \end{cases}$$

$$(3) f(t) = e^{-3|t|} \quad (4) f(t) = \begin{cases} e^{-\alpha t} & : 0 < t \\ 0 & : t = 0 \\ -e^{\alpha t} & : t < 0 \end{cases}$$

**問 2**  $\mathcal{F}[f(t)] = F(x)$  とする。  $\int_{-\infty}^{\infty} f(u)e^{-3|t-u|}du$  のフーリエ変換を求めよ。

**問 3** 問 1(1) の  $f(t)$  に対し,  $\mathcal{F}[f(t)] = F(x), \mathcal{F}^{-1}[F(x)] = g(t)$  とおく,  $g(0)$  および  $g(n)$  の値を求めよ。

**問 4**  $\delta(t)$  をデルタ関数とする。次式を計算せよ。

$$(1) \int_{-\infty}^{\infty} u^4 \delta(u-3) du \quad (2) \int_{-\infty}^{\infty} e^u \delta(u-t) du$$

$$(3) \mathcal{F}[\delta(t+2)]$$

**問 5** 定数  $K$  と符号関数  $\text{sgn}(t) = \begin{cases} 1 & : t > 0 \\ 0 & : t = 0 \\ -1 & : t < 0 \end{cases}$  に対し, 問 1 の結果を用いて, 次のフーリエ変換を求めよ。

$$(1) \mathcal{F}[K] \quad (2) \mathcal{F}[\text{sgn}(t)]$$