＜一般周期のフーリエ級数 2＞

周期 L の周期関数 $f(t)$ のフーリエ級数は 21 ページと同様にその収束が成立する。

すなわち

$$\boxed{a_0+\sum_{k=1}^{\infty}\left\{a_k\cos\left(\frac{2k\pi}{L}t\right)+b_k\sin\left(\frac{2k\pi}{L}t\right)\right\}=\frac{f_+(t)+f_-(t)}{2}}$$ (フーリエ級数の収束)

である。ただし

$$a_0=\frac{1}{L}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}f(t)dt\ ,\ a_k=\frac{2}{L}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}f(t)\cos\left(\frac{2k\pi}{L}t\right)dt\ ,\ b_k=\frac{2}{L}\int_{-\frac{L}{2}}^{\frac{L}{2}}f(t)\sin\left(\frac{2k\pi}{L}t\right)dt$$

である。もし $f(t)$ が偶関数であれば , この係数は

$$a_0=\frac{2}{L}\int_0^{\frac{L}{2}}f(t)dt\quad,\quad a_k=\frac{4}{L}\int_0^{\frac{L}{2}}f(t)\cos\left(\frac{2k\pi}{L}t\right)dt\quad,\quad b_k=0$$

となる。

問 1　$f(t)$ が奇関数の場合のフーリエ係数 a_0 , a_k , b_k を求めよ。

$a_0=$　　　　　　　　　　,　$a_k=$

$b_k=$

問 2　$f(t)$ が周期 $2\,\ell$ の周期関数の場合，フーリエ級数の収束の式を書け。

問 3　$f(t)$ が問 2 の場合でかつ偶関数 (または奇関数) の場合にフーリエ係数を求めよ。

(1) $f(t)$ が偶関数のとき

$a_0=$　　　　　　　　　　,　$a_k=$

$b_k=$

(2) $f(t)$ が奇関数のとき

$a_0=$　　　　　　　　　　,　$a_k=$

$b_k=$