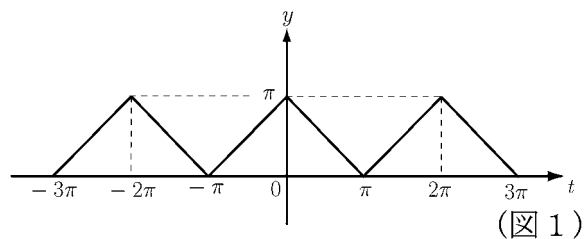


< フーリエ級数 4 >

例 $f(t)$ が図 1 のような周期関数
 のとき $-\pi \leq t \leq \pi$ の範囲では

$$f(t) = \pi - |t|$$

であるから, $f(t)$ は偶関数である。



(図 1)

14 ページの例から偶関数の場合のフーリエ級数は

$$b_k = 0, \quad a_0 = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi f(t) dt = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi (\pi - t) dt = \frac{1}{\pi} \left[\pi t - \frac{t^2}{2} \right]_0^\pi = \frac{\pi}{2}$$

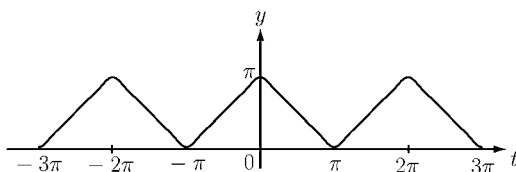
$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{\pi} \int_0^\pi (\pi - t) \cos(kt) dt = \frac{2}{\pi} \left\{ \left[(\pi - t) \frac{\sin(kt)}{k} \right]_0^\pi - \int_0^\pi (-1) \frac{\sin(kt)}{k} dt \right\} \\ &= \frac{2}{\pi} \left\{ 0 - 0 + \int_0^\pi \frac{\sin(kt)}{k} dt \right\} = \frac{2}{\pi} \left[-\frac{\cos(kt)}{k^2} \right]_0^\pi \\ &= \frac{2}{\pi} \left\{ -\frac{\cos(k\pi)}{k^2} + \frac{\cos 0}{k^2} \right\} = \begin{cases} \frac{4}{k^2\pi} & : k \text{ が奇数} \\ 0 & : k \text{ が偶数} \end{cases} \end{aligned}$$

となる。よって $f(t)$ のフーリエ級数は

$$\begin{aligned} f(t) &\sim a_0 + \sum_{k=1}^{\infty} \{ a_k \cos(kt) + b_k \sin(kt) \} \\ &= \frac{\pi}{2} + \frac{4}{\pi} \left\{ \cos t + \frac{1}{9} \cos(3t) + \frac{1}{25} \cos(5t) + \frac{1}{49} \cos(7t) + \dots \right\} \end{aligned}$$

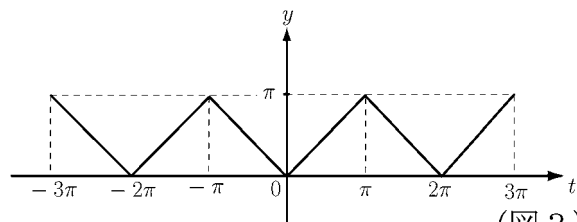
となる。

図 2 のグラフはこのフーリエ級数
 の $k = 7$ までの部分和のグラフ
 である。



(図 2)

問 $f(t)$ が図 3 の周期関数であるとき,
 $f(t)$ のフーリエ級数を求めよ。



(図 3)