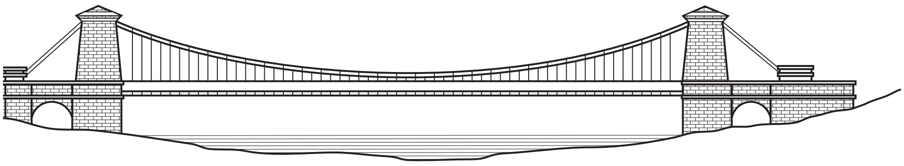
高知工科大学
Kochi University of Technology

基　礎　数　学

2

（2006年度版）



解答

＜ 1 ページ. 指数の拡張 ＞

問 1 の解答

(1) x^7

(2) x^3

(3) x^{12}

(4) x^8

(5) a^3b^3

(6) a^8b^{12}

問 2 の解答

(1) 1

(2) $\dfrac{1}{5}$

(3) $\dfrac{1}{25}$

(4) 10

(5) 9

(6) $\dfrac{5}{2}$

問 3 の解答

(1) $15x^5$

(2) $-27x^6$

(3) x^6y^2

(4) $3x^4y^5$

(5) $-4x^8y^6$

(6) $-72a^8b^7$

＜ 2 ページ. 分数の指数 ＞

問 1 の解答

(1) a^2

(2) $a\sqrt[6]{a}$

(3) $b\sqrt[6]{\dfrac{b}{a}}$

(4) $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt[6]{b}}$

問 2 の解答

(1) 2

(2) 9

(3) 4

(4) $\dfrac{1}{9}$

(5) -64

(6) -3

(7) 27

(8) 8

＜ 3 ページ. 指数関数とそのグラフ ＞

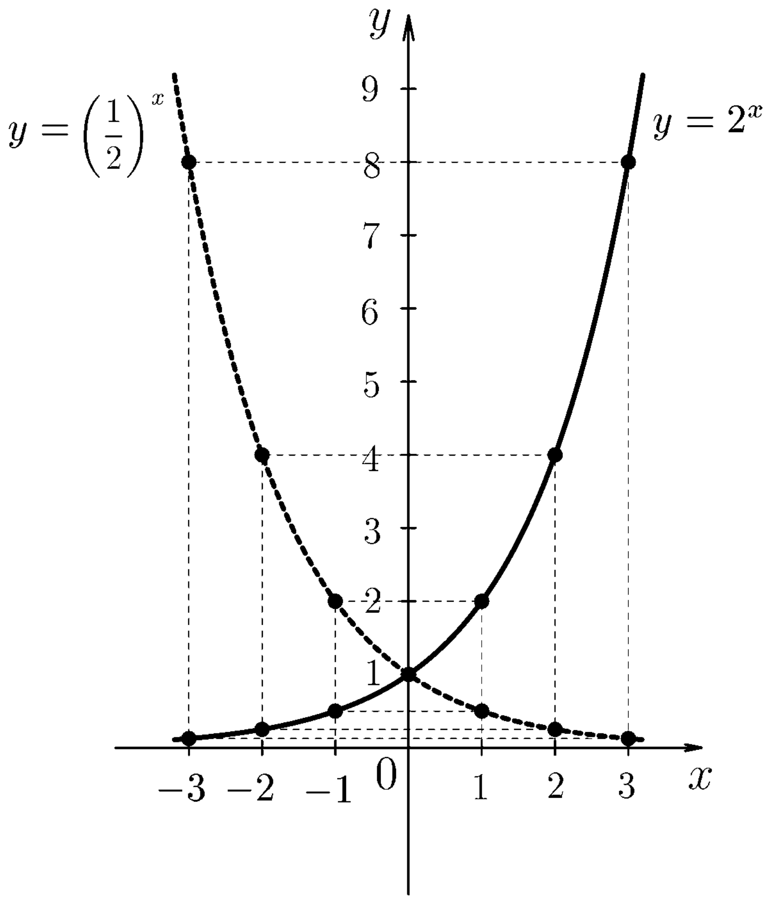
問の解答

(1) $y = 2^x$

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	$\cdots$

(2) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
y	$\cdots$	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\cdots$



< 5 ページ. 常用対数 >

問 1 の解答

(1) $\log_{10} 1000 = 3$

(2) $\log_{10} 1 = 0$

(3) $\log_{10} 0.01 = -2$

(4) $\log_{10} \sqrt{10} = \dfrac{1}{2}$

問 2 の解答

(1) 3

(2) $\dfrac{1}{2}$

(3) $\dfrac{1}{2}$

(4) -4

< 6 ページ. 一般の対数 >

問 2 の解答

(1) 3

(2) -4

(3) 3

(4) 1

(5) 4

(6) 2

< 7ページ. 底の変換の公式 >

問の解答

(1) 2

(2) 3

(3) $\dfrac{2}{3}$

(4) 1

(5) $\dfrac{5}{6}$

(6) 0

< 8 ページ. 対数関数とそのグラフ >

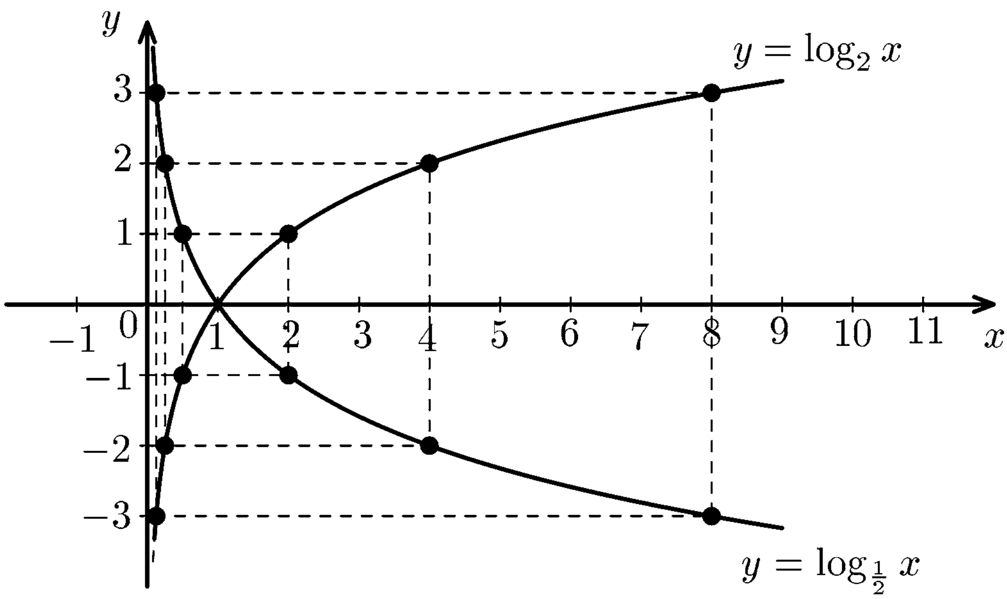
問の解答

(1) $y = \log_2 x$

y	$\cdots$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	$\cdots$
x	$\cdots$	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$

(2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

y	$\cdots$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	$\cdots$
x	$\cdots$	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	$\cdots$



＜ 9 ページ. 関数のグラフ ＞

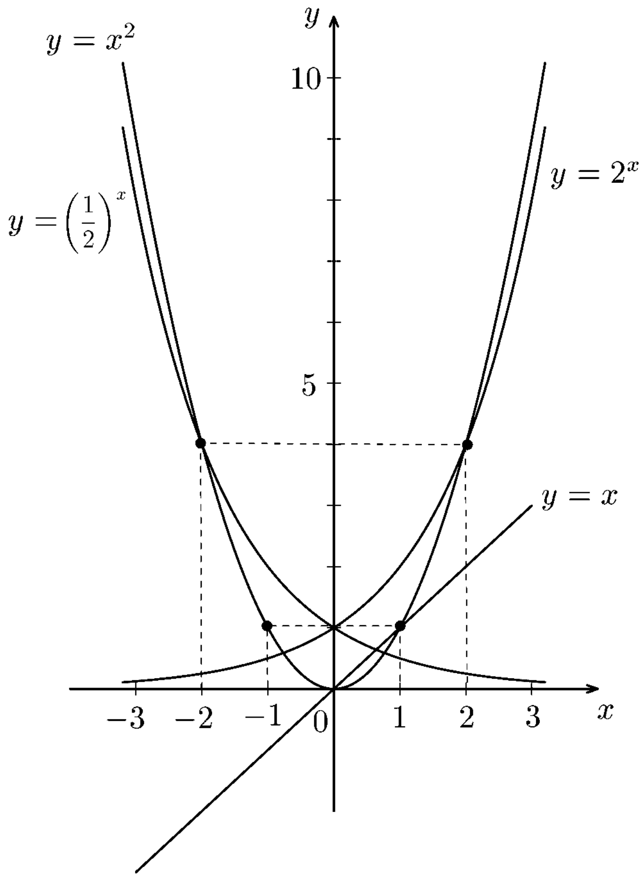
問 1 の解答

1. $y = x^2$

2. $y = x$

3. $y = 2^x$

4. $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$



問 2 の解答

1. $(0,0), (1,1)$

2. $(2,4), (4,16)$

3. $(-2,4), (-4,16)$

< 10 ページ. 指数関数と対数関数の比較 >

5 の解答

1. $y = 2^x$ と $y = \log_2 x$ のグラフは，$y = x$ について対称である。

2. $y = 2^x$ と $y = \log_2 x$ は，単調増加関数である。

＜ 11 ページ. 指数・対数の練習 ＞

1 の解答

(1) a^2　　(2) a^{-6}　　(3) a^4b^{-2}　　(4) $a^{-2}b^4$

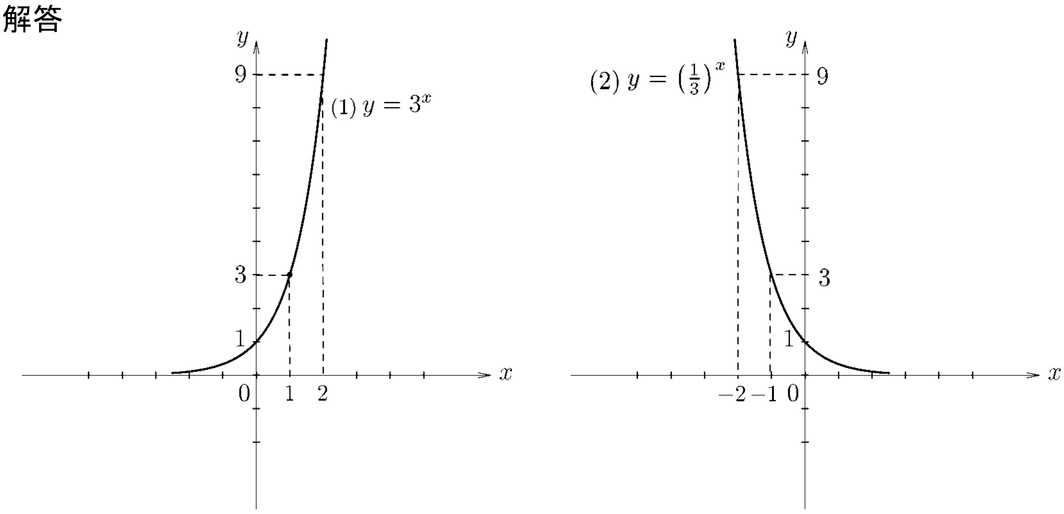
(5) a　　(6) a^5　　(7) 1

2 の解答

(1) 5　　(2) 3　　(3) 2　　(4) -2

(5) 10　　(6) 9　　(7) $3^{\frac{11}{6}}$　　(8) 5

3 の解答

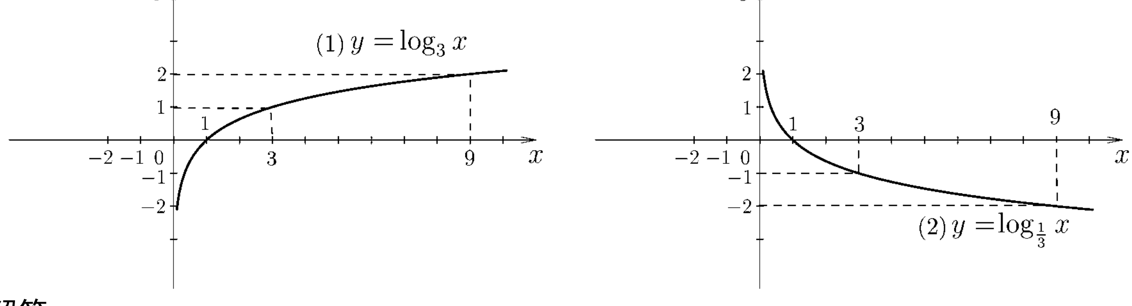


4 の解答

(1) 0　　(2) 1　　(3) 2　　(4) -1　　(5) -2

(6) 2　　(7) 2　　(8) 1　　(9) 1　　(10) 1

5 の解答



6 の解答

(1) $x = 2$　　(2) $x = 50$

$<$ 12 ページ. 三角比 (1) $>$

問の解答

θ	30°	45°	60°
$\sin\theta$	$\dfrac{1}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\theta$	$\dfrac{\sqrt{3}}{2}$	$\dfrac{1}{\sqrt{2}}$	$\dfrac{1}{2}$
$\tan\theta$	$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

＜ 13 ページ. 三角比 (2) ＞

問の解答

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

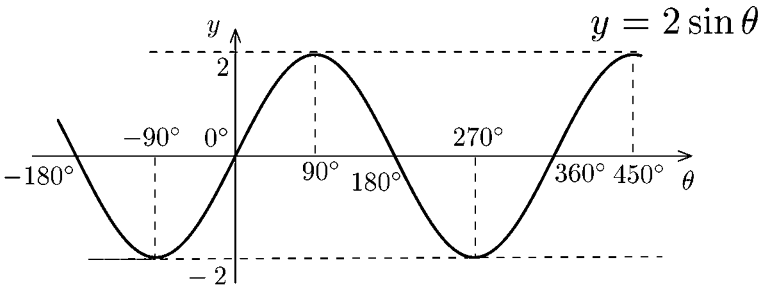
＜ 14 ページ. 三角比と座標 ＞

問の解答

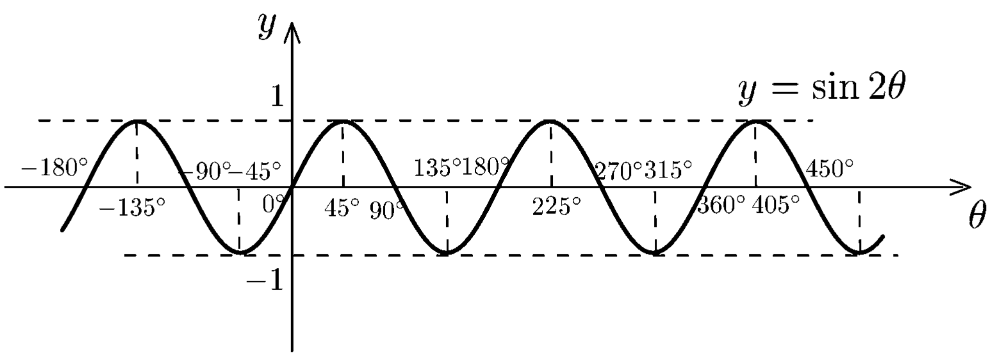
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin\theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

< 15 ページ. 三角関数のグラフ (1) >

問 1 の解答

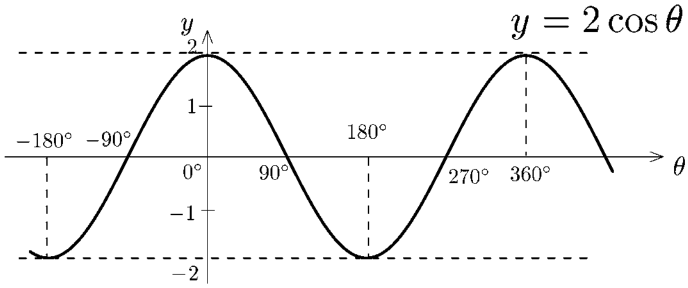


問 2 の解答

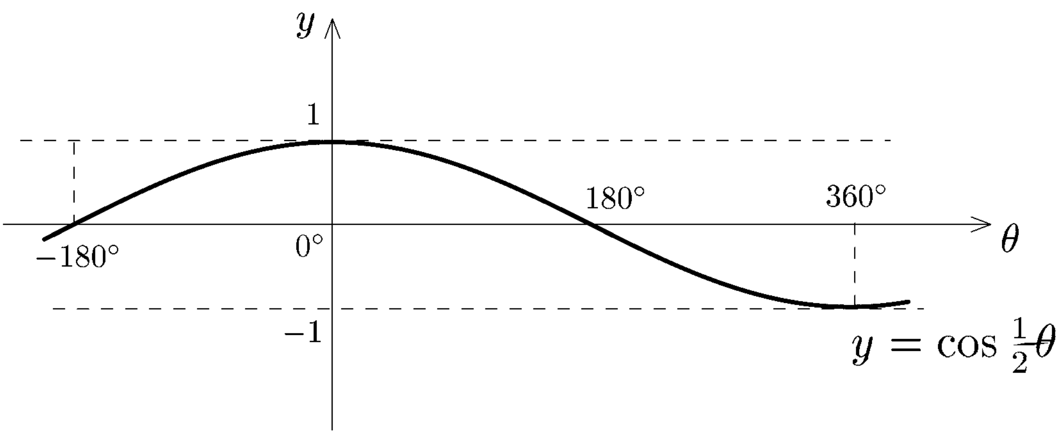


$<$ 16 ページ. 三角関数のグラフ (2) $>$

問 1 の解答



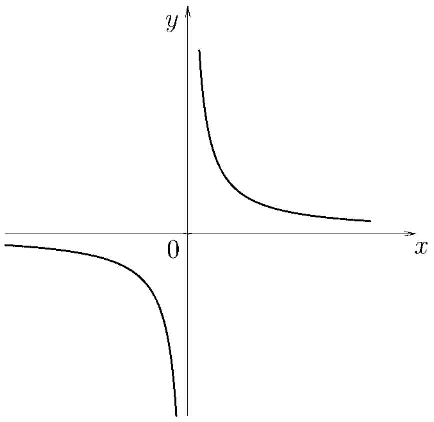
問 2 の解答



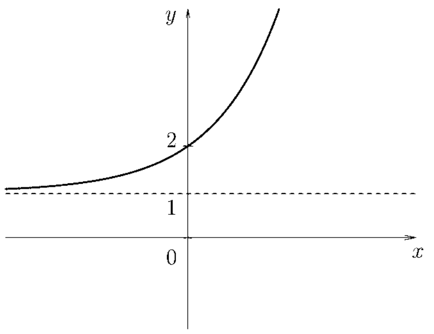
< 17 ページ. 三角関数のグラフ (3) >

問の解答

(1) $y = \dfrac{1}{x}$ 漸近線 $y = 0,\ x = 0$



(2) $y = 2^x + 1$ 漸近線 $y = 1$



< 18 ページ. 三角比の公式 (1) >

問の解答

$$\tan(-45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\tan(-60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

< 19 ページ. 三角比の公式 (2) >

問の解答

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan\theta}$$

< 20 ページ. 三角形の面積 >

問の解答

(1) 3

(2) $3\sqrt{6}$

< 21 ページ. 正弦定理 >

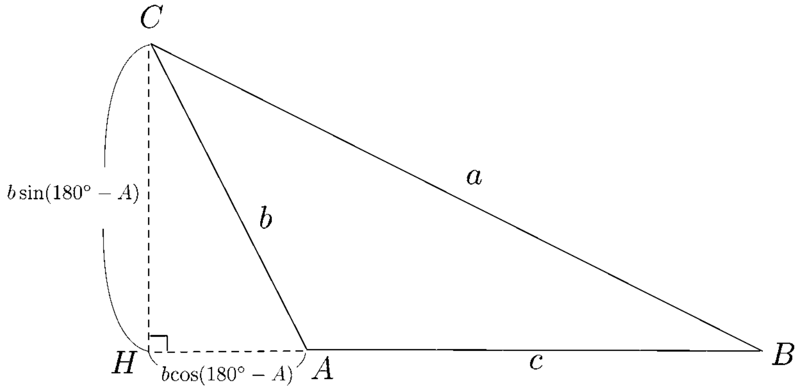
問の解答

三角形の三辺に対し，各辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。その点を三角形の**外心**という。外心から三角形の各頂点までの距離は同じである。外心を中心として三角形の各頂点を通る円ができる。これをその三角形の**外接円**という。

三角形の三つの頂点の内角を考える。各頂点から，その内角を 2 等分する線を引くと，三直線は 1 点で交わる。その点を三角形の**内心**という。内心から三角形の各辺までの距離は同じである。内心を中心として，三角形の各辺に接する円ができる。これをその三角形の**内接円**という。

< 22 ページ. 余弦定理 >

問の解答



$$a^2 = \{b\sin(180^\circ - A)\}^2 + \{c + b\cos(180^\circ - A)\}^2$$

$$= b^2\sin^2 A + (c - b\cos A)^2$$

$$= b^2\sin^2 A + c^2 - 2bc\cos A + b^2\cos^2 A$$

$$= b^2(\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc\cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$

＜ 23 ページ. 加法定理 ＞

問の解答

(1) $\sin(90^\circ - \theta) = \sin 90^\circ \cos\theta - \cos 90^\circ \sin\theta = \cos\theta$

(2) $\sin(180^\circ - \theta) = \sin 180^\circ \cos\theta - \cos 180^\circ \sin\theta = \sin\theta$

(3) $\cos(90^\circ + \theta) = \cos 90^\circ \cos\theta - \sin 90^\circ \sin\theta = -\sin\theta$

(4) $\cos(180^\circ + \theta) = \cos 180^\circ \cos\theta - \sin 180^\circ \sin\theta = -\cos\theta$

(5) $\cos(90^\circ - \theta) = \cos 90^\circ \cos\theta + \sin 90^\circ \sin\theta = \sin\theta$

(6) $\cos(180^\circ - \theta) = \cos 180^\circ \cos\theta + \sin 180^\circ \sin\theta = -\cos\theta$

(7) $\cos 2\theta = \cos(\theta + \theta) = \cos\theta\cos\theta - \sin\theta\sin\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta$

(8) $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$

(9) $$\begin{aligned}\cos(\alpha - \beta) = \cos\{\alpha + (-\beta)\} &= \cos\alpha\cos(-\beta) - \sin\alpha\sin(-\beta)\\ &= \cos\alpha\cos\beta + \sin\alpha\sin\beta\end{aligned}$$

(10) $$\begin{aligned}\tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha+\beta)}{\cos(\alpha+\beta)} &= \frac{\sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta}{\cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta}\\ &= \frac{\tan\alpha + \tan\beta}{1 - \tan\alpha\tan\beta}\end{aligned}$$

(11) $$\begin{aligned}\tan(\alpha - \beta) = \tan\{\alpha + (-\beta)\} &= \frac{\tan\alpha + \tan(-\beta)}{1 - \tan\alpha\tan(-\beta)}\\ &= \frac{\tan\alpha - \tan\beta}{1 + \tan\alpha\tan\beta}\end{aligned}$$

< 24 ページ. 三角比の問題 >

1 の解答

$a = 5\sqrt{2}$

2 の解答

$b = 8\sqrt{6}$

3 の解答

$c = 10\sqrt{3}$

4 の解答

$c = \sqrt{26}$

5 の解答

$a = \sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$

6 の解答

(1) $\cos C = -\dfrac{1}{2}$

(2) $C = 120^\circ$

< 26 ページ. 弧度法 (1) >

問 1 の解答

度数法	$0°$	$30°$	$45°$	$90°$	$120°$	$135°$	$180°$	$225°$	$270°$	$360°$
弧度法	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}\pi$	2π

問 2 の解答

(1) $\sin\dfrac{\pi}{6} = \dfrac{1}{2}$

(2) $\cos\dfrac{\pi}{3} = \dfrac{1}{2}$

(3) $\tan\dfrac{\pi}{4} = 1$

(4) $\sin\dfrac{\pi}{2} = 1$

< 27 ページ. 弧度法 (2) >

問の解答

度数法は円を 360 等分することによってできたもの。

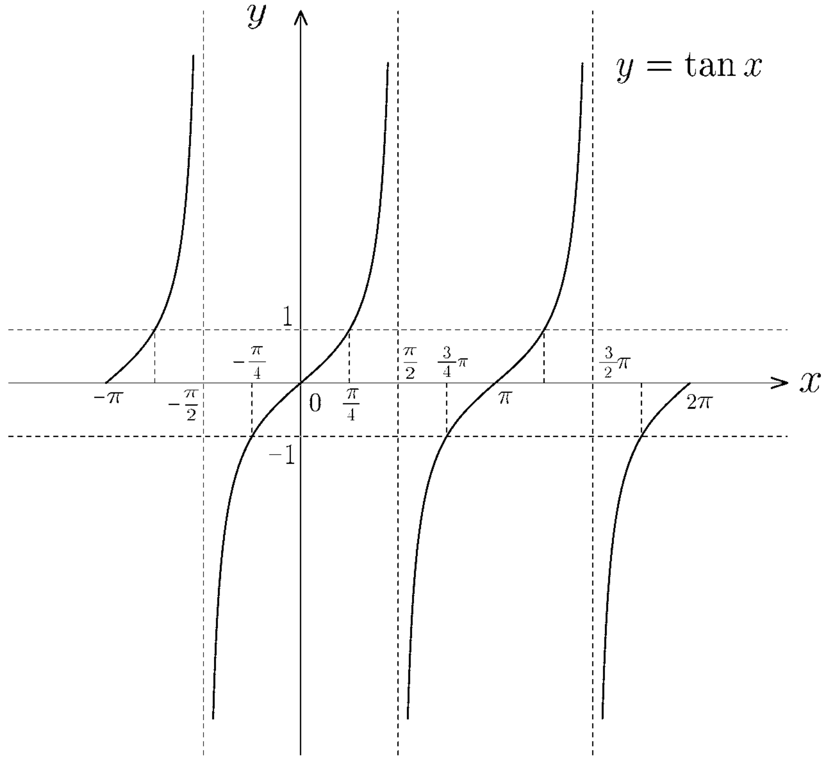
日常生活で角の大きさを表すときに、わかりやすく便利である。

一方弧度法は、半径 1 の円 (単位円のこと) の弧の長さで角の大きさを表すものである。

微分、積分のときに、シンプルな形で計算できる。

$<$ 28 ページ. 弧度法 (3) $>$

問の解答



$<$ 29 ページ.$a\ \sin\ \theta\ + b\ \cos\theta$ の変形 $>$

問の解答

(1) $\sin\theta + \cos\theta = \sqrt{2}\sin(\theta + 45^\circ)$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\sin\theta + \dfrac{1}{2}\cos\theta = \sin(\theta + 30^\circ)$

(3) $-\sin\theta + \sqrt{3}\cos\theta = 2\sin(\theta + 120^\circ)$

< 30 ページ. 三角関数の練習問題 >

1. (1) $\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2}$, $\tan\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -\sqrt{3}$

(2) $\sin\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = 1$

2. (1) $\frac{\sqrt{2}}{4}$　(2) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

3. $\cos\theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$,　$\tan\theta = \frac{\sqrt{6}}{12}$

4. (1) $\theta = \frac{\pi}{6}$, $\frac{5}{6}\pi$　(2) $\theta = \frac{5}{6}\pi$, $\frac{7}{6}\pi$　(3) $\theta = \frac{2}{3}\pi$, $\frac{5}{3}\pi$

5. (1) $\theta = \frac{2}{3}\pi$, $\frac{4}{3}\pi$

(2) $\theta = \frac{2}{9}\pi$, $\frac{4}{9}\pi$, $\frac{8}{9}\pi$, $\frac{10}{9}\pi$, $\frac{14}{9}\pi$, $\frac{16}{9}\pi$

(3) $\theta = \frac{\pi}{3}$, $\frac{5}{6}\pi$, $\frac{4}{3}\pi$, $\frac{11}{6}\pi$

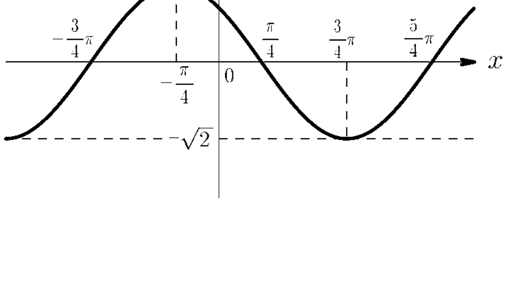
6. (1) $\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$　(2) $-\frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$　(3) $2-\sqrt{3}$

7. (1) $\sin\theta + \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin\left(\theta + \frac{4}{3}\pi\right) = 0$

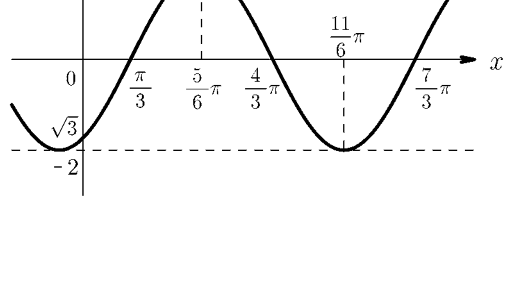
8. (1) $\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right)$　(2) $2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$

9.

(1) $y = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)$



(2) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$



< 31 ページ. 平均変化率 >

問の解答

(1) 1 から 3 まで

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=\frac{3^2-1^2}{2}=4$$

(2) −1 から−3 まで

$$\frac{f(-3)-f(-1)}{-3-(-1)}=\frac{(-3)^2-(-1)^2}{-2}=-4$$

< 32 ページ. 極限値 >

問の解答

(1) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(2+x)=2$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(5-2x)=5$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 1}(2+x)=3$

(4) $\displaystyle\lim_{x\to -1}(5-2x)=7$

(5) $\displaystyle\lim_{x\to 0}(3+h+h^2)=3$

(6) $\displaystyle\lim_{x\to 0}\frac{5-2h}{3+2h}=\frac{5}{3}$

(7) $\displaystyle\lim_{x\to 3}(x^2+1)(x-2)=10$

(8) $\displaystyle\lim_{x\to -1}\frac{x^2+3}{x-1}=-2$

(9) $\displaystyle\lim_{x\to 4}\frac{3x-12}{x^2-16}=\frac{3}{8}$

(10) $\displaystyle\lim_{x\to 1}\frac{x^2+2x-3}{2x^2-x-1}=\frac{4}{3}$

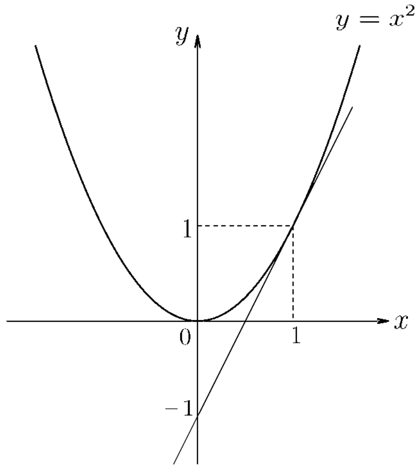
＜ 33 ページ. 微分係数 ＞

問の解答

(1) $a = 1$

$f'(1) = 2$

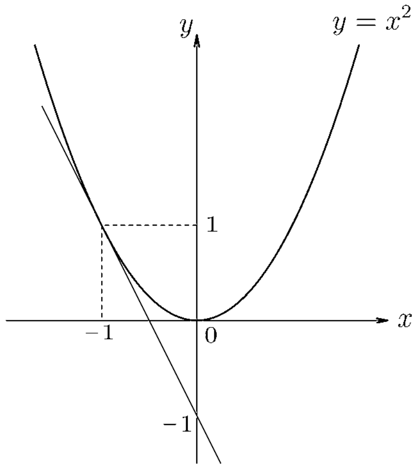
$y = x^2$ 上の点 (1, 1) における接線の傾きが 2



(2) $a = -1$

$f'(-1) = -2$

$y = x^2$ 上の点 (−1, 1) における接線の傾きが −2



< 34 ページ. 導関数 (1) >

問 1 の解答

(1) $f(x) = 3x^2 + 5x - 1 \qquad (x = 2)$

$$f'(2) = 17$$

(2) $f(x) = -x^2 - 7x + 3 \qquad (x = 3)$

$$f'(3) = -13$$

(3) $f(x) = 2x^2 - 8x \qquad (x = -1)$

$$f'(-1) = -12$$

問 2 の解答

(1) $f(x) = 15$

$$f'(x) = 0$$

(2) $f(x) = -7x - 17$

$$f'(x) = -7$$

(3) $f(x) = x^3$

$$f'(x) = 3x^2$$

$<$ 35 ページ. 導関数 (2) $>$

問の解答

(1) $f(x) = 3x^2 + 5x - 1$

$f'(x) = 6x + 5$

(2) $f(x) = -x^2 - 7 + 3$

$f'(x) = -2x - 7$

(3) $f(x) = 2x^2 - 8x$

$f'(x) = 4x - 8$

< 36 ページ. 接線の方程式 >

問の解答

(1) 点 $(1, 1)$

$y = 2x - 1$

(2) 点 $(2, 4)$

$y = 4x - 4$

(3) 点 $(3, 9)$

$y = 6x - 9$

(4) 点 $(-1, 1)$

$y = -2x - 1$

(5) 点 $(-2, 4)$

$y = -4x - 4$

(6) 点 $(-3, 9)$

$y = -6x - 9$

(7) 点 $(0, 0)$

$y = 0$

< 37 ページ. 微分の問題 (1) >

1. (1) 1 から 3

$$\frac{f(3)-f(1)}{3-1}=8$$

(2) -1 から $-1+h$

$$\frac{f(-1+h)-f(-1)}{-1+h-(-1)}=3h-10$$

2. (1) $\lim_{h\to 0}(5-3h+h^2+2h^3)=5$

(2) $\lim_{h\to 0}(\frac{1}{3}+3h-h^2+\frac{1}{3}h^5)=\frac{1}{3}$

3. (1) $y=5x^3-3x^2+2$

$$y'=15x^2-6x$$

(2) $y=-2x^2+3x-1$

$$y'=-4x+3$$

(3) $y=(3x-2)^2$

$$y'=18x-12$$

(4) $y=(x-2)(x^2+3x-1)$

$$y'=3x^2+2x-7$$

4. (1) $f(x)=x^2-x-3$ $\quad (x=-2)$

$$f'(-2)=-5$$

(2) $f(x)=-x^3+x^2+x$ $\quad (x=2)$

$$f'(2)=-7$$

5. (1) $y=x-2$

(2) $y=12x+4$

< 38 ページ. 関数の増減 (1) >

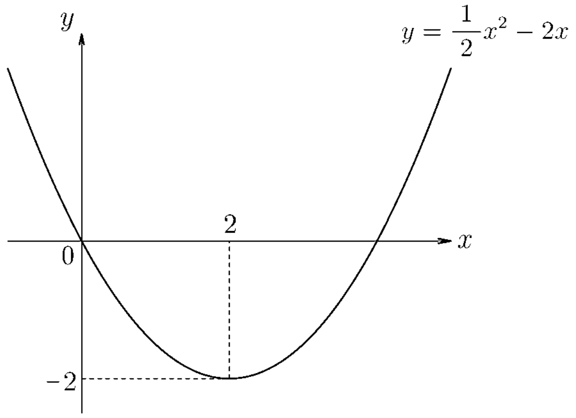
問の解答

(1) $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x$

$f'(x) = x - 2$

$x > 2$ のとき, $f'(x) > 0$ より $f(x)$ の値は増加

$x < 2$ のとき, $f'(x) < 0$ より $f(x)$ の値は減少

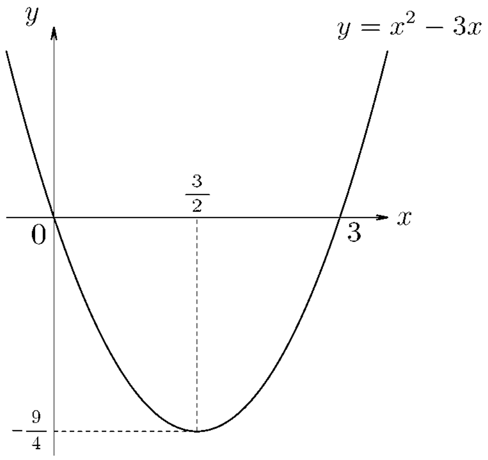


(2) $f(x) = x^2 - 3x$

$f'(x) = 2x - 3$

$x > \frac{3}{2}$ のとき, $f'(x) > 0$ より $f(x)$ の値は増加

$x < \frac{3}{2}$ のとき, $f'(x) < 0$ より $f(x)$ の値は減少



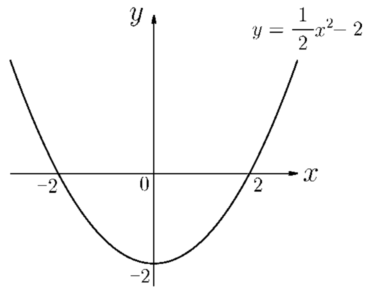
< 39 ページ. 関数の増減 (2) >

問の解答

(1) $f(x) = \dfrac{1}{2}x^2 - 2$

$f'(x) = x$

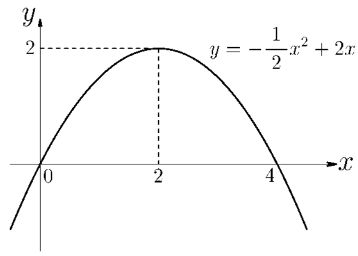
x	$\cdots$	0	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-2	$\nearrow$



(2) $f(x) = -\dfrac{1}{2}x^2 + 2x$

$f'(x) = -x + 2$

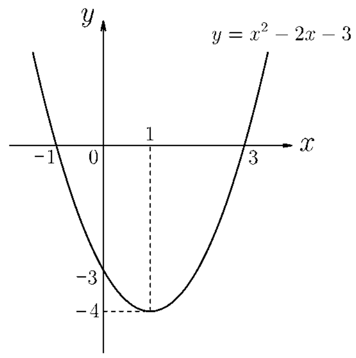
x	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$



(3) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$f'(x) = 2x - 2$

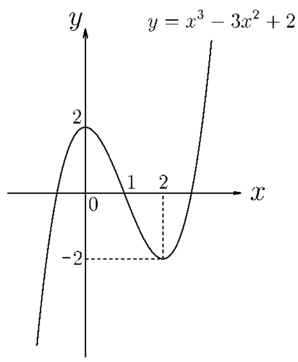
x	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\searrow$	-4	$\nearrow$



(4) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$

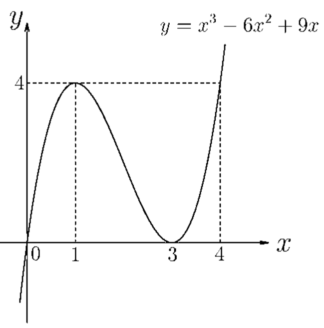
x	$\cdots$	0	$\cdots$	2	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$



(5) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-1)(x-3)$

x	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$



< 40 ページ. 関数の極大・極小 >

問 1 の解答

(1) $y = x^3 + 3x^2 + 5$

$x = -2$ のとき 極大値 9

$x = 0$ のとき 極小値 5

(2) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$

$x = -1$ のとき 極大値 20

$x = 3$ のとき 極小値 -12

問 2 の解答

切り落とす正方形の一辺の長さを x cm， 箱の容積を y cm^3 とおくと

$y = x(6-2x)^2 = 4x^3 - 24x^2 + 36x$

$y' = 12x^2 - 48x + 36 = 12(x-1)(x-3)$

題意より $6 - 2x > 0 \Longrightarrow x$ の範囲は $\underline{0 < x < 3}$

この範囲で増減表を作ると右のようになる。

x	0	$\ldots$	1	$\ldots$	3
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	16	$\searrow$	0

(答) 切り落とす正方形の一辺の長さが 1 cm のとき箱の容積は最大 16 cm^3 になる。

問 3 の解答

箱は底辺が一辺 $12 - 2x$ (cm) の正三角形で，高さが $\dfrac{x}{\sqrt{3}}$ (cm) の箱である。

箱の容積を y (cm^3) とすると

$y = \dfrac{x}{\sqrt{3}} \times \dfrac{\sqrt{3}}{4}(12-2x)^2 = x^3 - 12x^2 + 36x$

$y' = 3x^2 - 24x + 36 = 3(x-2)(x-6)$

題意より $12 - 2x > 0 \Longrightarrow x$ の範囲は $0 < x < 6$

である。

この範囲で増減表を作ると右のようになる。

x	0	$\ldots$	2	$\ldots$	6
y'		$+$	0	$-$	
y	0	$\nearrow$	32	$\searrow$	0

(答) $x = 2$ cm のとき箱の容積は最大 32 cm^3 になる。

< 41 ページ. 微分の問題 (2) >

1. (1) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

$x < 1$ のとき単調に減少

$1 < x$ のとき単調に増加

(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$

$x < 0$ または $2 < x$ のとき単調に増加

$0 < x < 2$ のとき単調に減少

2. (1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

$x = -3$ のとき 極大値 32

$x = 1$ のとき 極小値 0

(2) $y = -x^3 + 3x$

$x = 1$ のとき 極大値 2

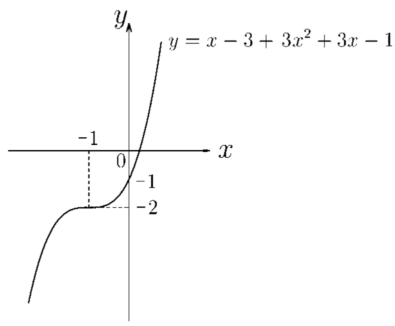
$x = -1$ のとき 極小値 -2

3.

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$y' = 3(x+1)^2 \geqq 0$

極値なし

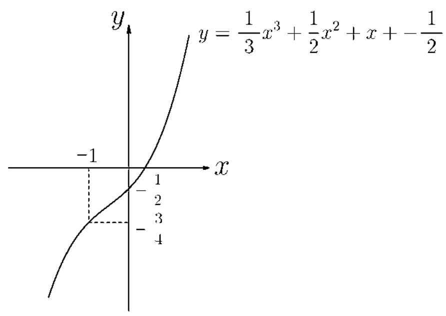


(2) $y = \dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 + x - \dfrac{1}{2}$

$y' = x^2 + x + 1$

$\quad = \left(x + \dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{4} > 0$

極値なし



< 42 ページ. 不定積分 (1) >

問の解答

(1) の具体例

微分　　$x^2 \longrightarrow 2x$　　$\Big((x^2)' = 2\mathrm{x}\Big)$

不定積分　　$x^2 + C \longleftarrow 2x$　　$\Big(\displaystyle\int 2x\ dx = x^2 + C\Big)$

< 43 ページ. 不定積分 (2) >

問の解答

(1) $\displaystyle\int 3dx = 3x + C$　　(2) $\displaystyle\int 10dx = 10x + C$

(3) $\displaystyle\int \frac{4}{7}dx = \frac{4}{7}x + C$　　(4) $\displaystyle\int 3xdx = \frac{3}{2}x^2 + C$

(5) $\displaystyle\int \frac{x}{3}dx = \frac{x^2}{6} + C$　　(6) $\displaystyle\int (-5x)dx = -\frac{5}{2}x^2 + C$

(7) $\displaystyle\int (-x^2)dx = -\frac{x^3}{3}x + C$　　(8) $\displaystyle\int \frac{x^2}{3}dx = \frac{x^3}{9} + C$

(9) $\displaystyle\int 3x^3dx = \frac{3}{4}x^4 + C$　　(10) $\displaystyle\int \left(-\frac{7}{3}x^3\right)dx = -\frac{7}{12}x^4 + C$

＜ 44 ページ. 不定積分 (3) ＞

問の解答

(1) $\int(4x+3)dx = 2x^2 + 3x + C$

(2) $\int(x^2 - 3x + 1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + x + C$

(3) $\int(-10x - 9)dx = -5x^2 - 9x + C$

(4) $\int(-3x^2 + 2x - 3)dx = -x^3 + x^2 - 3x + C$

(5) $\int(x+1)(x-2)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + C$

(6) $\int(2x-3)(x+1)dx = \frac{2x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + C$

(7) $\int(x-2)^2 dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x + C$

(8) $\int(3x+2)^2 dx = 3x^3 + 6x^2 + 4x + C$

< 45 ページ. 定積分 (1) >

問の解答

(1) $\displaystyle\int_0^2 4x dx = 8$

(2) $\displaystyle\int_1^3 dx = 2$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^1 3x^2 dx = 2$

(4) $\displaystyle\int_0^3 x^3 dx = \frac{81}{4}$

(5) $\displaystyle\int_{-1}^1 x^3 dx = 0$

< 46 ページ. 定積分 (2) >

問の解答

(1) $\displaystyle\int_0^3 (3x^2 + 2x - 3)dx = 27$

(2) $\displaystyle\int_0^2 (x^2 - 2x - 4)dx = -\frac{28}{3}$

(3) $\displaystyle\int_{-1}^2 (-x^2 + 2x - 3)dx = -9$

(4) $\displaystyle\int_{-2}^2 (x + 2)^2 dx = \frac{64}{3}$

(5) $\displaystyle\int_{-2}^1 (x + 3)^2 dx = 21$

< 47 ページ. 定積分 (3) >

問の解答

1. $\displaystyle\int f(x)dx = F(x) + C$ とおくと

$$\int_a^b f(x)dx = \Big[F(x)\Big]_a^b = F(b) - F(a) \text{ より}$$

$b = a$ とおくと,

$$\int_a^a f(x)dx = F(a) - F(a) = 0$$

$$\therefore \int_a^a f(x)dx = 0$$

2. $\displaystyle\int_b^a f(x)dx = F(a) - F(b) = -\Big\{F(b) - F(a)\Big\} = -\int_a^b f(x)dx$

$$\therefore \int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$$

3.
$$\begin{aligned}\int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx &= F(c) - F(a) + F(b) - F(c) \\ &= F(b) - F(a) \\ &= \int_a^b f(x)dx\end{aligned}$$

$$\therefore \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

< 48 ページ.$f(t)$ の定積分 >

問の解答

与式 $\displaystyle\int_a^x f(t)dt = x^2 + x - 2$ の両辺を x で微分すると

$$f(x) = 2x + 1$$

である。一方 $x = a$ のときも与式は成り立つから

$$0 = \int_a^a f(t)dt = a^2 + a - 2$$

$$(\text{答})\begin{cases} a = 1,\ -2 \\ \\ f(x) = 2x + 1 \end{cases}$$

< 49 ページ. 定積分と面積 >

問の解答

$$S = -\int_a^b f(x)dx$$

$<$ 50 ページ. 面積の問題 $>$

1.

(1) $\displaystyle\int_0^3 2x\ dx = 9$

(2) $\displaystyle\int_1^3 \frac{1}{2}x\ dx = 2$

(3) $\displaystyle\int_1^2 (-\frac{4}{3}x + 4)dx = 2$

(4) $\displaystyle -\int_1^3 (\frac{3}{4}x - 3)dx = 3$

(5) $\displaystyle\int_1^2 x^2 dx = \frac{7}{3}$

(6) $\displaystyle\int_1^2 (x^2 + 1)dx = \frac{10}{3}$

$<$ 51 ページ.2 曲線で囲まれた面積 $>$

問の解答

(1) $\dfrac{2}{3}\sqrt{2}$ (2) $\dfrac{1}{3}$

< 52 ページ.2 曲面で囲まれた面積の問題 >

1. (1) $S = -\int_{-1}^{1}(x^2-1)dx = \dfrac{4}{3}$

(2) $S = \int_{1}^{2}\Big\{2x^2+1-(x^2-1)\Big\}dx = \dfrac{13}{3}$

(3) $S = \int_{-1}^{2}(x+2-x^2)dx = \dfrac{9}{2}$

(4) $S = \int_{-1}^{5}\Big\{9-(x-2)^2\Big\}dx = 36$

2. $S = -\int_{1}^{3}(x^2-3x)dx + \int_{3}^{5}(x^2-3x)dx = 12$

< 53 ページ. 放物線と x 軸で囲まれた面積 >

問の解答

$$
\begin{aligned}
\int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)(x-\beta)dx &= a\Big[\frac{x^3}{3} - \frac{\alpha+\beta}{2}x^2 + \alpha\beta x\Big]_{\beta}^{\alpha} \\
&= a\Big\{\frac{\beta^3}{3} - \frac{\alpha+\beta}{2}\beta^2 + \alpha\beta^2 - \Big(\frac{\alpha^3}{3} - \frac{\alpha+\beta}{2}\alpha^2 + \alpha^2\beta\Big)\Big\} \\
&= a\Big\{\frac{1}{3}(\beta^3-\alpha^3) - \frac{\alpha+\beta}{2}(\beta^2-\alpha^2) + \alpha\beta(\beta-\alpha)\Big\} \\
&= \frac{a}{6}(\beta-\alpha)\Big\{2(\beta^2+\alpha\beta+\alpha^2) - 3(\alpha+\beta)^2 + 6\alpha\beta\Big\} \\
&= \frac{a}{6}(\beta-\alpha)(-\beta^2+2\alpha\beta-\alpha^2) \\
&= -\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3
\end{aligned}
$$

< 54 ページ. 積分の問題 >

1.

(1) $\displaystyle\int(-2)dx = -2x + C$

(2) $\displaystyle\int(3x-2)dx = \frac{3}{2}x^2 - 2x + C$

(3) $\displaystyle\int 3(x-2)dx = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$

(4) $\displaystyle\int(x^2-1)dx = \frac{x^4}{4} - x + C$

(5) $\displaystyle\int(1-x+x^2)dx = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + C$

(6) $\displaystyle\int(x+2)(x-1)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + C$

2.

(1) $\displaystyle\int_0^1(2x-3)dx = -2$

(2) $\displaystyle\int_1^2(x^2-x)dx = \frac{5}{6}$

(3) $\displaystyle\int_0^1 x(x-2)dx = -\frac{2}{3}$

(4) $\displaystyle\int_1^3(x-1)(x-3)dx = -\frac{4}{3}$

3.

(1) $\displaystyle\int_{-1}^3(2x+3-x^2)dx = \frac{32}{3}$

(2) $\displaystyle\int_2^3\Big\{2x-1-(x^2-3x+5)\Big\}dx = \frac{1}{6}$

(3) $\displaystyle\int_{-\frac{1}{3}}^2\Big\{2-2x^2-(x^2-5x)\Big\}dx = \frac{343}{54}$

(4) $\displaystyle\int_1^2\Big\{-3x^2+9x-6-(2x^2-6x+4)\Big\}dx = \frac{5}{6}$

4.

(1) $\displaystyle -\int_{-2}^3(x-3)(x+2)dx = \frac{125}{6}$

(2) $\displaystyle\int_0^3(-x^2+3x)dx = \frac{9}{2}$

< 57 ページ. ボールを落とす >

v_0 は　初期速度

x_0 は　初期位置（高さ）

問の解答

$$t = \frac{125}{3g} \fallingdotseq 4.25 \text{ (秒)}$$

$$t = \frac{125^2}{18g} \fallingdotseq 88.6 \text{ (m)}$$

< 58 ページ. ボールを投げる >

問の解答

(1) $\dfrac{250}{3g} \fallingdotseq 8.5$(秒)

(2) $\dfrac{15625}{18g} \fallingdotseq 88.6(\mathrm{m})$

< 59 ページ. 付録 1-1 >

問の解答

(1) O : ボールを投げた最初の位置

A : 木の枝にぶらさがっているサルの位置

B : ボールの到達位置

(2) P : ボールの動く軌跡

Q : サルが地上に落ちる軌跡

(3) ベクトル (60, 40) 方向を考える

< 60 ページ. 付録 1-2 >

問の解答

地球上の物体を地球の中心へ向かって引く力

＜ 61 ページ. 付録 2 ＞

問 1 の解答

① 8 (km)

② $\displaystyle\int_0^1 10t\,dt + \int_1^4 10\,dt + \int_4^5 (-10t+50)\,dt = 40\ \text{(km)}$

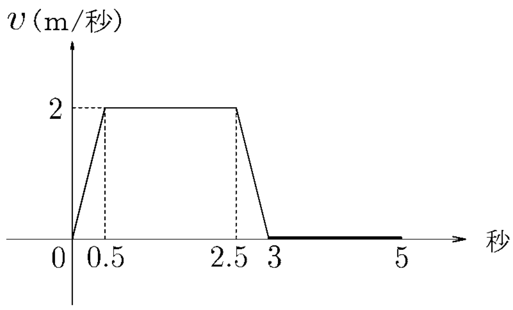
③

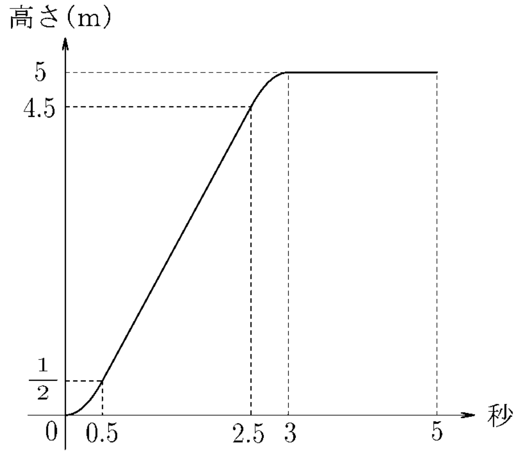
$0 \sim 0.5 \quad y = 2t^2$

$0.5 \sim 2.5 \quad y = 2t - \dfrac{1}{2}$

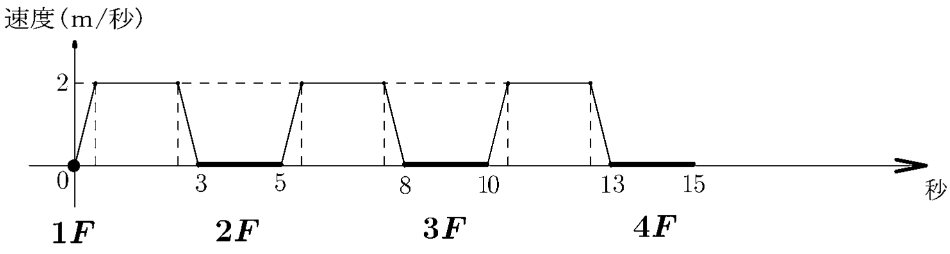
$2.5 \sim 3 \quad y = -2t^2 + 12t - 13$

$3 \sim 5 \quad y = 5$





④



$$3\left\{\int_0^{0.5} 4t\,dt + \int_{0.5}^{2.5} 2\,dt + \int_{2.5}^{3} (-4t+12)\,dt + \int_3^5 0\,dt\right\} = 15\ \text{(m)}$$