

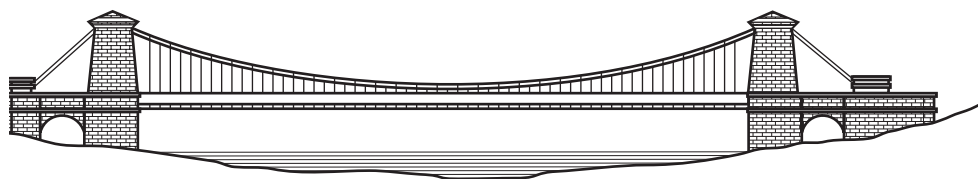


高知工科大学
Kochi University of Technology

基 礎 数 学

2

(2005年度版)



解 答

< 1 ページ. 指数の拡張 >

問 1 の解答

(1) x^7

(2) x^3

(3) x^{12}

(4) x^8

(5) a^3b^3

(6) a^8b^{12}

問 2 の解答

(1) 1

(2) $\frac{1}{5}$

(3) $\frac{1}{25}$

(4) 10

(5) 9

(6) $\frac{5}{2}$

問 3 の解答

(1) $15x^5$

(2) $-27x^6$

(3) x^6y^2

(4) $3x^4y^5$

(5) $-4x^8y^6$

(6) $-72a^8b^7$

< 2 ページ. 分数の指数 >

問 1 の解答

(1) a^2

(2) $a\sqrt[6]{a}$

(3) $b\sqrt[6]{\frac{b}{a}}$

(4) $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[6]{b}}$

問 2 の解答

(1) 2

(2) 9

(3) 4

(4) $\frac{1}{9}$

(5) -64

(6) -3

(7) 27

(8) 8

< 3 ページ. 指数関数とそのグラフ >

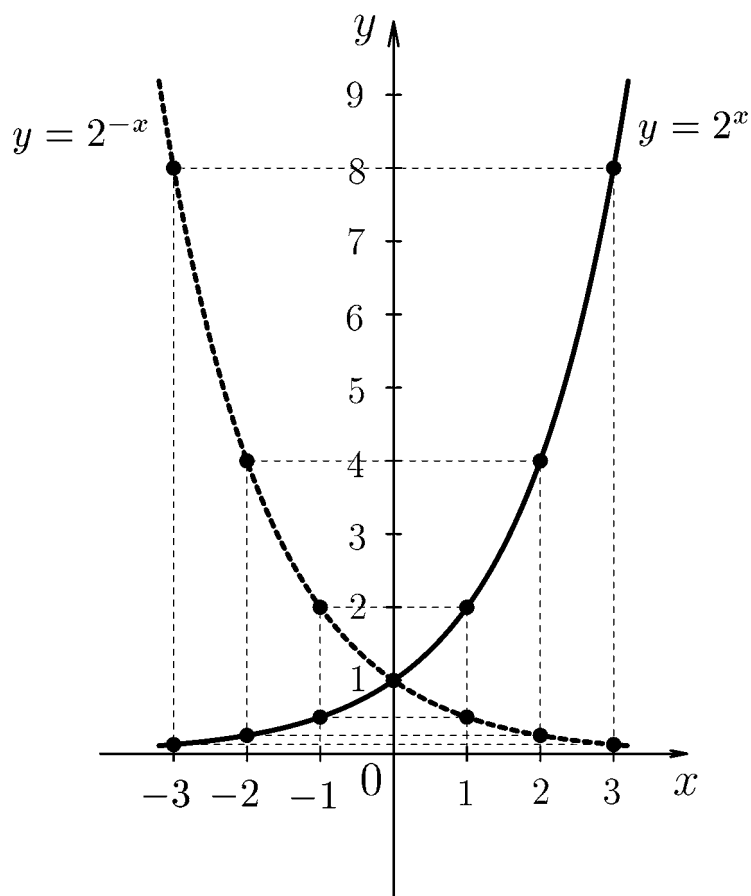
問の解答

(1) $y = 2^x$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...

(2) $y = 2^{-x}$

x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...
y	...	16	8	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$...



< 5 ページ. 常用対数 >

問 1 の解答

(1) $\log_{10} 1000 = 3$

(2) $\log_{10} 1 = 0$

(3) $\log_{10} 0.01 = -2$

(4) $\log_{10} \sqrt{10} = \frac{1}{2}$

問 2 の解答

(1) 3

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $\frac{1}{2}$

(4) -4

< 6 ページ. 一般の対数 >

問 2 の解答

(1) 3

(2) -4

(3) 3

(4) 1

(5) 4

(6) 2

< 7 ページ. 底の変換の公式 >

問の解答

(1) 2

(2) 3

(3) $\frac{2}{3}$

(4) 1

(5) $\frac{2}{3} \log_2 10$

(6) $\frac{5}{2} \log_3 10 - \frac{1}{2}$

< 8 ページ. 対数関数とそのグラフ >

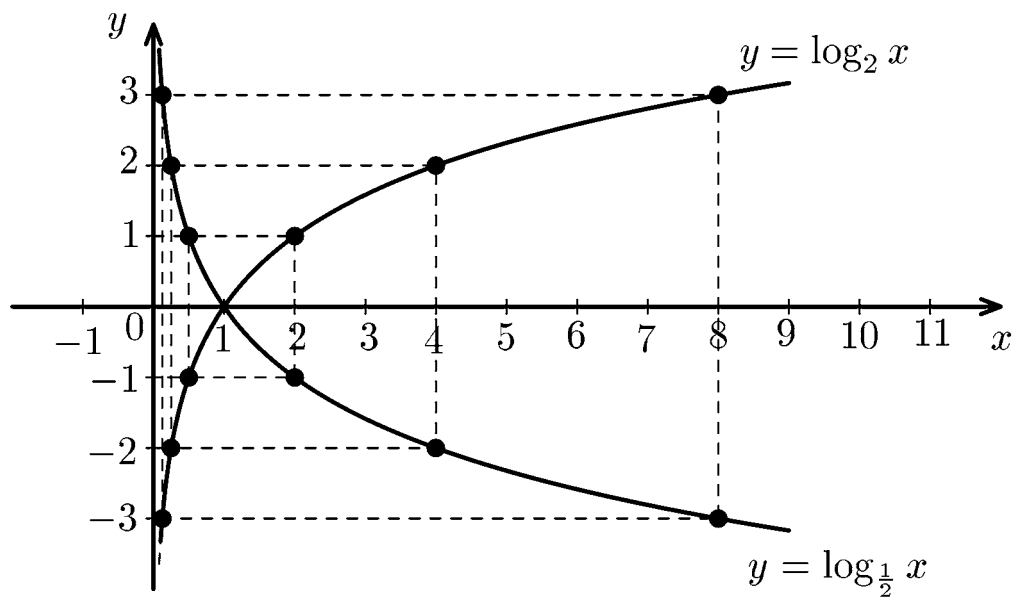
問の解答

(1) $y = \log_2 x$

y	...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
x	...	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	...

(2) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$

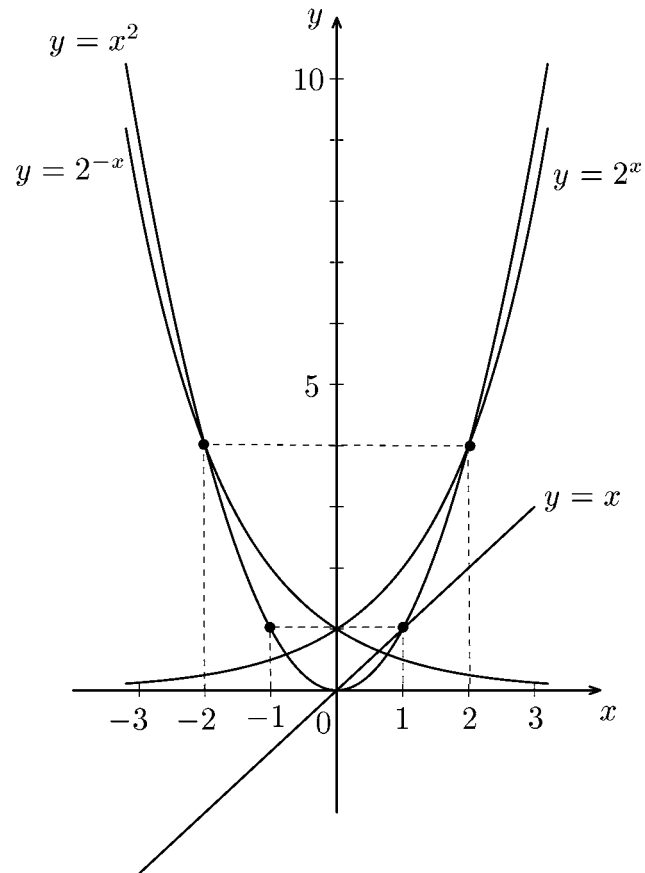
y	...	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...
x	...	4	3	2	1	0	-1	-2	-3	...



< 9 ページ. 関数のグラフ >

問 1 の解答

1. $y = x^2$
2. $y = x$
3. $y = 2^x$
4. $y = 2^{-x}$



問 2 の解答

1. (0, 0), (1, 1)
2. (2, 4), (4, 16)
3. (-2, 4), (-4, 16)

< 10 ページ. 指数関数と対数関数の比較 >

5 の解答

1. $y = 2^x$ と $y = \log_2 x$ のグラフは, $y = x$ について対称である。
2. $y = 2^x$ と $y = \log_2 x$ は, 単調増加関数である。

< 11 ページ. 指数・対数の練習 A >

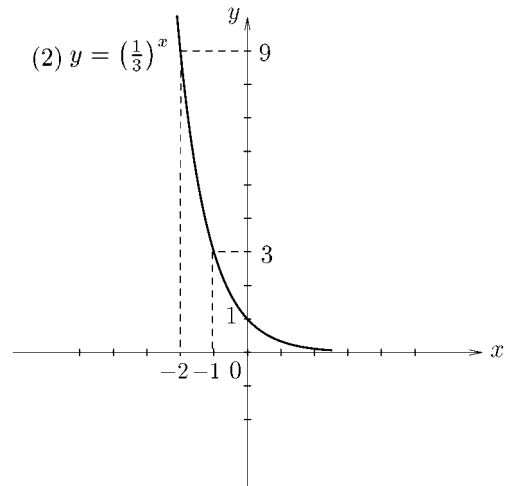
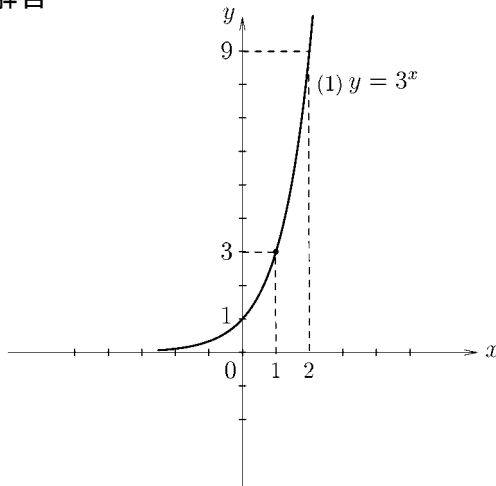
1 の解答

- (1) a^2 (2) a^{-6} (3) a^4b^{-2} (4) $a^{-2}b^4$
 (5) a (6) a^5 (7) 1

2 の解答

- (1) 5 (2) 3 (3) 2 (4) -2
 (5) 10 (6) 9 (7) $3^{\frac{11}{6}}$ (8) 5

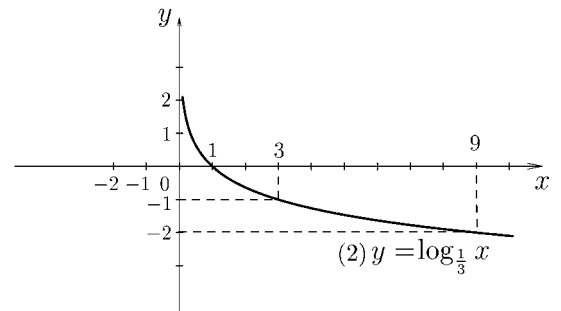
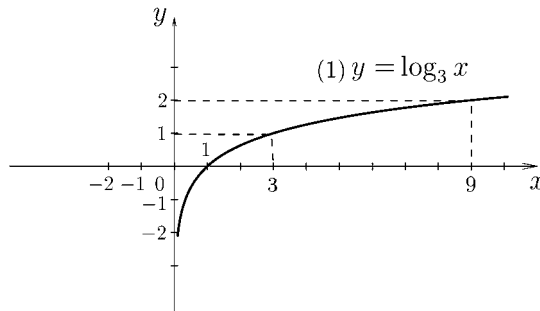
3 の解答



4 の解答

- (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) -1 (5) -2
 (6) 2 (7) 2 (8) 1 (9) 1 (10) 1

5 の解答



6 の解答

- (1) $x = 2$ (2) $x = 50$

< 12 ページ. 指数・対数の練習 B >

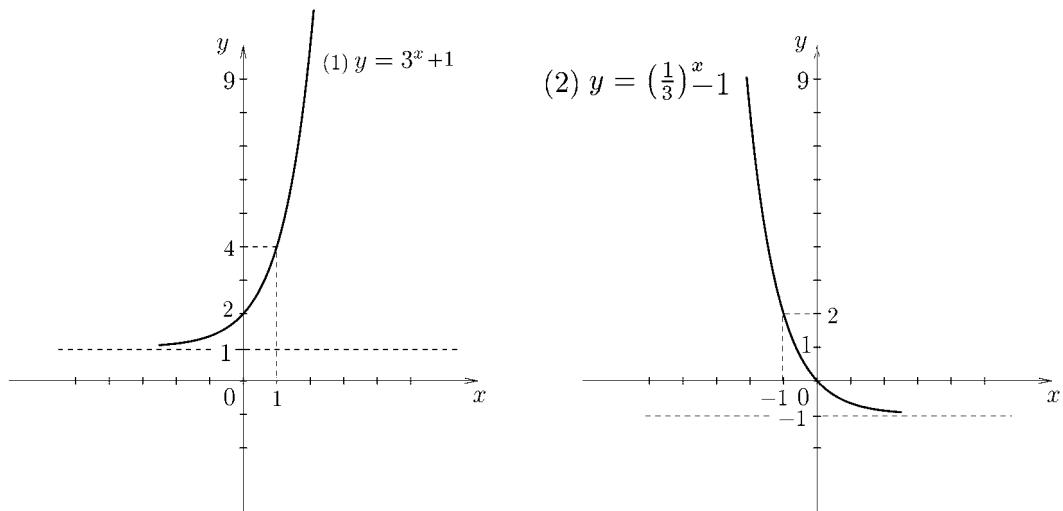
1 の解答

- (1) a^8 (2) $a^{-6}b^4$ (3) $a^{-5}b$
 (4) $\sqrt[6]{a^5}$ (5) $a\sqrt[3]{a}$ (6) a^2

2 の解答

- (1) 4 (2) 9 (3) 4 (4) 3^{-4}
 (5) 2^{-2} (6) 2 (7) 125 (8) 2

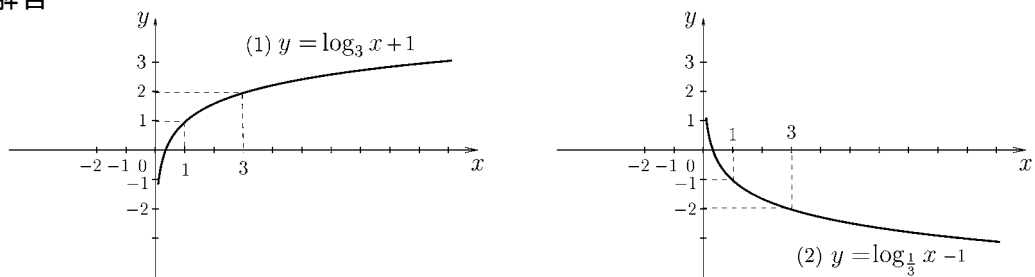
3 の解答



4 の解答

- (1) 4 (2) -4 (3) 0 (4) -4
 (5) 3 (6) 3 (7) 2 (8) 2

5 の解答



6 の解答

- (1) $x = 2$ (2) $\frac{1}{4}$

< 13 ページ. 指数・対数の練習 C >

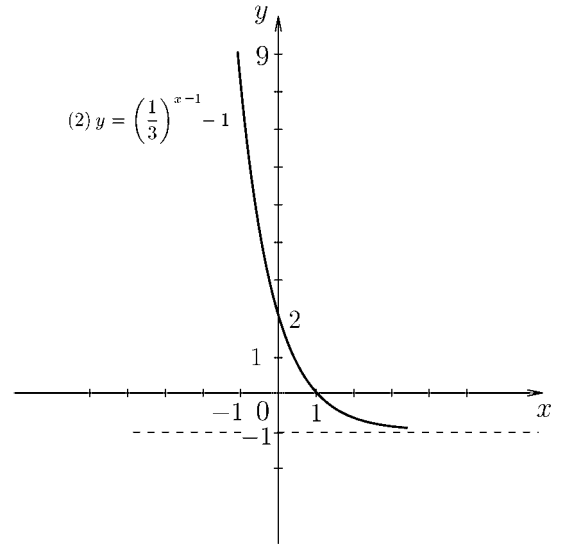
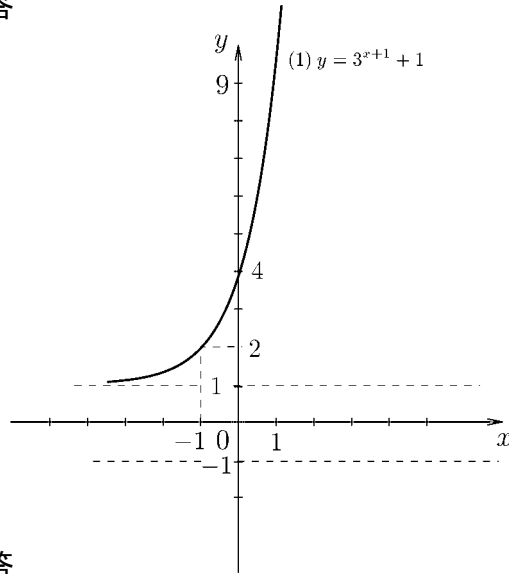
1 の解答

(1) $a^2 + 2 + a^{-2}$ (2) $a - a^{-1}$ (3) $\sqrt[3]{a}$ (4) $a - b^{-1}$

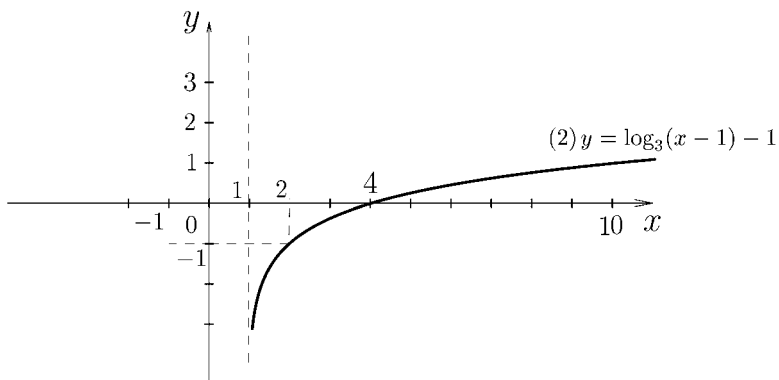
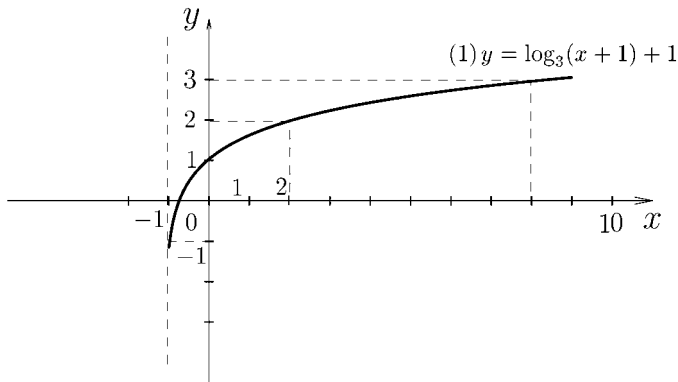
2 の解答

(1) $2\sqrt[4]{3}$ (2) 1 (3) 1 (4) 9

3 の解答



4 の解答



5 の解答

(1) $x = 0$ (2) $x = 10, 1000$

< 14 ページ. 三角比 (1) >

問の解答

θ	30°	45°	60°
$\sin \theta$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \theta$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\frac{1}{2}$
$\tan \theta$	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$

< 15 ページ. 三角比 (2) >

問の解答

$$\cos^2 A = 1 - \sin^2 A$$

$$= 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2$$

$$= \frac{5}{9}$$

$$\cos A = \frac{\sqrt{5}}{3}$$

$$\tan A = \frac{\sin A}{\cos A}$$

$$= \frac{\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$= \frac{2\sqrt{5}}{5}$$

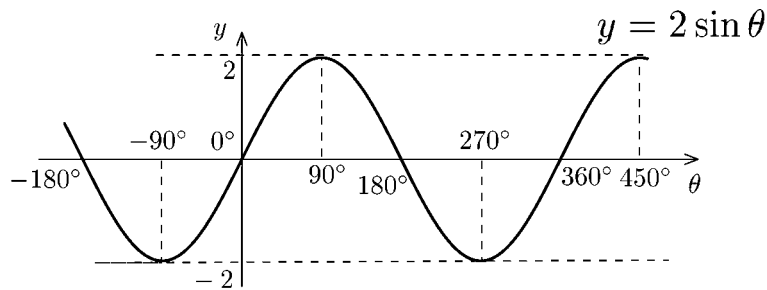
< 16 ページ. 三角比と座標 >

問の解答

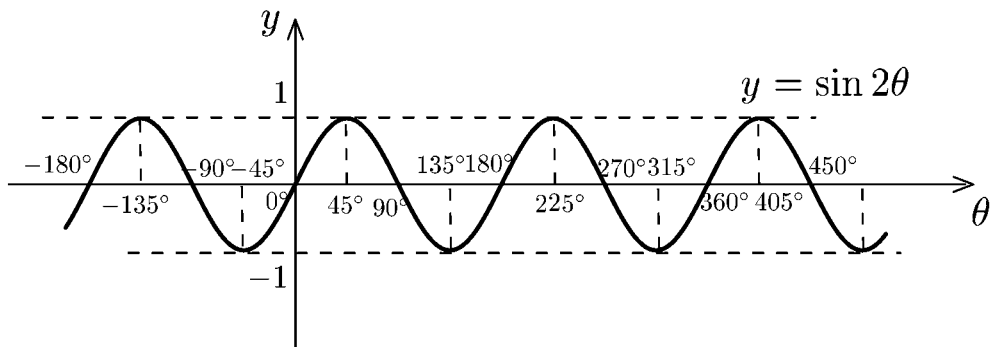
θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\times	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	\times	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

< 17 ページ. 三角関数のグラフ (1) >

問 1 の解答

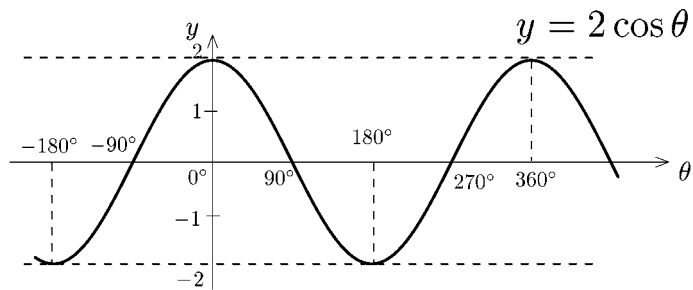


問 2 の解答

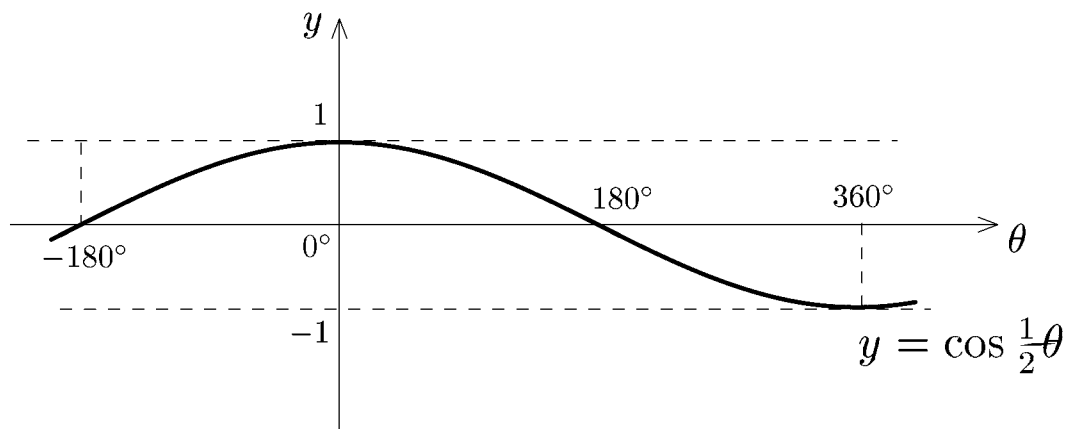


< 18 ページ. 三角関数のグラフ (2) >

問 1 の解答



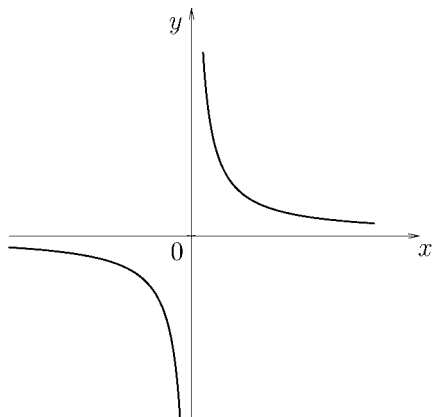
問 2 の解答



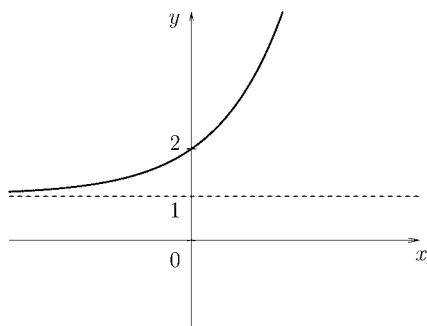
< 19 ページ. 三角関数のグラフ (3) >

問の解答

(1) $y = \frac{1}{x}$ 漸近線 $y = 0, x = 0$



(2) $y = 2^x + 1$ 漸近線 $y = 1$



< 20 ページ. 三角比の公式 (1) >

問の解答

$$\tan(-45^\circ) = -\tan 45^\circ = -1$$

$$\tan(-60^\circ) = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$$

< 21 ページ. 三角比の公式 (2) >

問の解答

$$\tan(90^\circ - \theta) = \frac{1}{\tan \theta}$$

< 22 ページ. 三角形の面積 >

問の解答

(1) 3

(2) $3\sqrt{6}$

< 23 ページ. 正弦定理 >

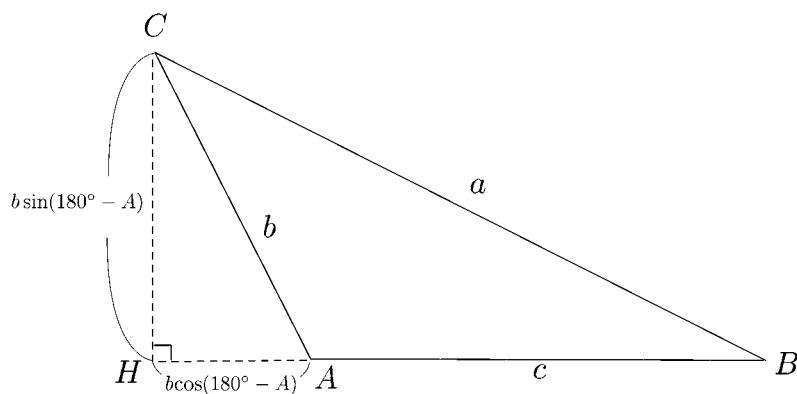
問の解答

三角形の三辺に対し、各辺の垂直二等分線は 1 点で交わる。その点を三角形の**外心**という。外心から三角形の各頂点までの距離は同じである。外心を中心として三角形の各頂点を通る円ができる。これをその三角形の**外接円**という。

三角形の三つの頂点の内角を考える。各頂点から、その内角を 2 等分する線を引くと、三直線は 1 点で交わる。その点を三角形の**内心**という。内心から三角形の各辺までの距離は同じである。内心を中心として、三角形の各辺に接する円ができる。これをその三角形の**内接円**という。

< 24 ページ. 余弦定理 >

問の解答



$$a^2 = \{b \sin(180^\circ - A)\}^2 + \{c + b \cos(180^\circ - A)\}^2$$

$$= b^2 \sin^2 A + (c - b \cos A)^2$$

$$= b^2 \sin^2 A + c^2 - 2bc \cos A + b^2 \cos^2 A$$

$$= b^2(\sin^2 A + \cos^2 A) + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

< 25 ページ. 加法定理 >

問の解答

$$(1) \sin(90^\circ - \theta) = \sin 90^\circ \cos \theta - \cos 90^\circ \sin \theta = \cos \theta$$

$$(2) \sin(180^\circ - \theta) = \sin 180^\circ \cos \theta - \cos 180^\circ \sin \theta = \sin \theta$$

$$(3) \cos(90^\circ + \theta) = \cos 90^\circ \cos \theta - \sin 90^\circ \sin \theta = -\sin \theta$$

$$(4) \cos(180^\circ + \theta) = \cos 180^\circ \cos \theta - \sin 180^\circ \sin \theta = -\cos \theta$$

$$(5) \cos(90^\circ - \theta) = \cos 90^\circ \cos \theta + \sin 90^\circ \sin \theta = \sin \theta$$

$$(6) \cos(180^\circ - \theta) = \cos 180^\circ \cos \theta + \sin 180^\circ \sin \theta = -\cos \theta$$

$$(7) \cos 2\theta = \cos(\theta + \theta) = \cos \theta \cos \theta - \sin \theta \sin \theta = \cos^2 \theta - \sin^2 \theta$$

$$(8) \sin(\alpha - \beta) = \sin\{\alpha + (-\beta)\} = \sin \alpha \cos(-\beta) + \cos \alpha \sin(-\beta) \\ = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

$$(9) \cos(\alpha - \beta) = \cos\{\alpha + (-\beta)\} = \cos \alpha \cos(-\beta) - \sin \alpha \sin(-\beta) \\ = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$(10) \tan(\alpha + \beta) = \frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha + \beta)} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta} \\ = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

$$(11) \tan(\alpha - \beta) = \tan\{\alpha + (-\beta)\} = \frac{\tan \alpha + \tan(-\beta)}{1 - \tan \alpha \tan(-\beta)} \\ = \frac{\tan \alpha - \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta}$$

< 26 ページ. 三角比の問題 >

1 の解答

$$a = 5\sqrt{2}$$

2 の解答

$$b = 8\sqrt{6}$$

3 の解答

$$c = 10\sqrt{3}$$

4 の解答

$$c = \sqrt{26}$$

5 の解答

$$a = \sqrt{5 - 2\sqrt{3}}$$

6 の解答

$$(1) \cos C = -\frac{1}{2}$$

$$(2) C = 120^\circ$$

< 28 ページ. 弧度法 (1) >

問 1 の解答

度数法	0°	30°	45°	90°	120°	135°	180°	225°	270°	360°
弧度法	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{2}\pi$	2π

問 2 の解答

(1) $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$

(2) $\cos \frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

(3) $\tan \frac{\pi}{4} = 1$

(4) $\sin \frac{\pi}{2} = 1$

< 29 ページ. 弧度法 (2) >

問の解答

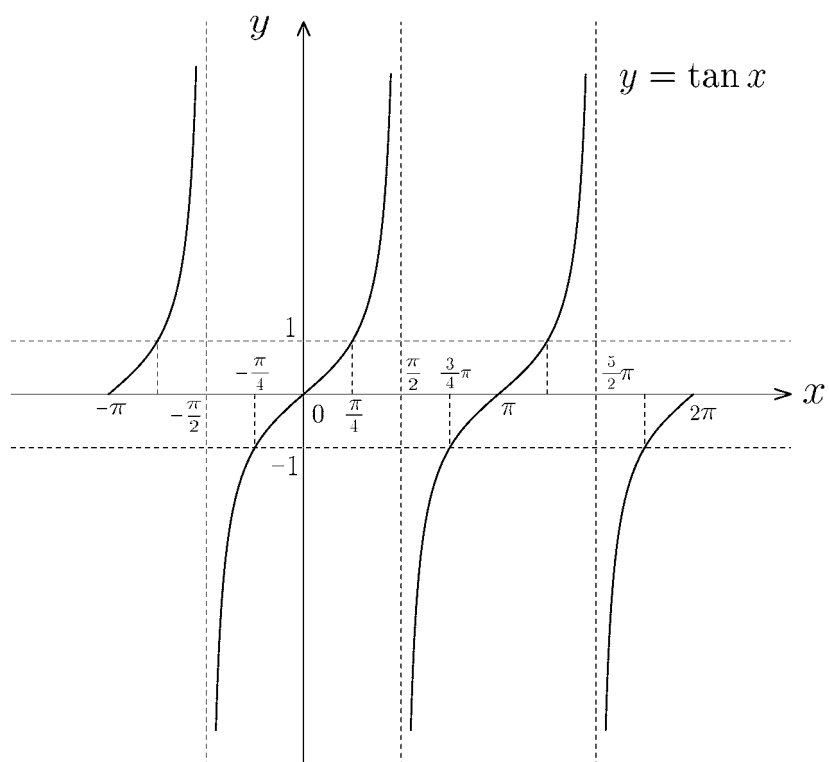
度数法は円を **360** 等分することによってできたもの。

弧度法は弧の長さを角度で表すのに便利。

微分積分等では、三角関数は常に弧度法で表す。

< 30 ページ. 弧度法 (3) >

問の解答



< 31 ページ $a \sin \theta + b \cos \theta$ の変形 >

問の解答

$$(1) \sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin(\theta + 45^\circ)$$

$$(2) \frac{\sqrt{3}}{2} \sin \theta + \frac{1}{2} \cos \theta = \sin(\theta + 30^\circ)$$

$$(3) -\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 2 \sin(\theta + 120^\circ)$$

< 32 ページ. 三角関数の練習問題 A >

1. (1) $\sin\left(\frac{2}{3}\pi\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -\frac{1}{2}$, $\tan\left(\frac{2}{3}\pi\right) = -\sqrt{3}$

(2) $\sin\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\cos\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = -\frac{\sqrt{2}}{2}$, $\tan\left(-\frac{3}{4}\pi\right) = 1$

2. (1) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ (2) $-\frac{3\sqrt{3}}{4}$

3. $\cos\theta = \frac{2\sqrt{6}}{5}$, $\tan\theta = \frac{\sqrt{6}}{12}$

4. (1) $\theta = \frac{\pi}{6}, \frac{5}{6}\pi$ (2) $\theta = \frac{5}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi$ (3) $\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{5}{3}\pi$

5. (1) $\theta = \frac{2}{3}\pi, \frac{4}{3}\pi$

(2) $\theta = \frac{2}{9}\pi, \frac{4}{9}\pi, \frac{8}{9}\pi, \frac{10}{9}\pi, \frac{14}{9}\pi, \frac{16}{9}\pi$

(3) $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{6}\pi, \frac{4}{3}\pi, \frac{11}{6}\pi$

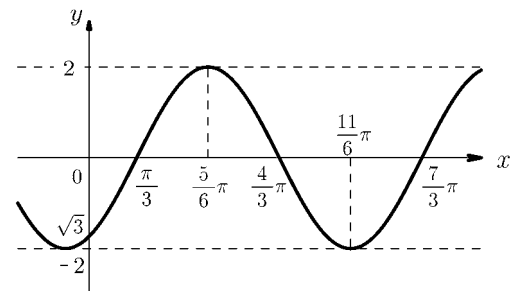
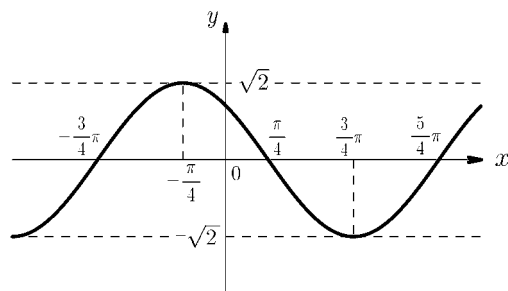
6. (1) $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ (2) $-\frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$ (3) $2 - \sqrt{3}$

7. (1) $\sin\theta + \sin\left(\theta + \frac{2}{3}\pi\right) + \sin\left(\theta + \frac{4}{3}\pi\right) = 0$

8. (1) $\sqrt{2}\sin\left(\theta + \frac{3}{4}\pi\right)$ (2) $2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{3}\right)$

9. (1) $y = \sqrt{2}\sin\left(x + \frac{3}{4}\pi\right)$

(2) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$



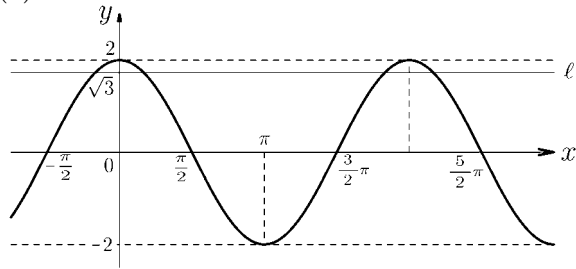
< 33 ページ. 三角関数の練習問題 B >

1. $2 \text{ ラジアン} = \frac{360^\circ}{\pi} \doteq 114.6^\circ$

2. 弧の長さ $\frac{2}{5}\pi$ (m) 面積は $\frac{\pi}{5}$ (m²)

3. (1) $y = 2 \cos x$ (3)

(2) 周期 2π , 振幅 2



(4) $(-\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}), (\frac{\pi}{6}, \sqrt{3}), (\frac{11}{6}\pi, \sqrt{3})$

(5) $-\frac{\pi}{6} \leq x \leq \frac{\pi}{6}, \frac{11}{6}\pi \leq x \leq 2\pi$

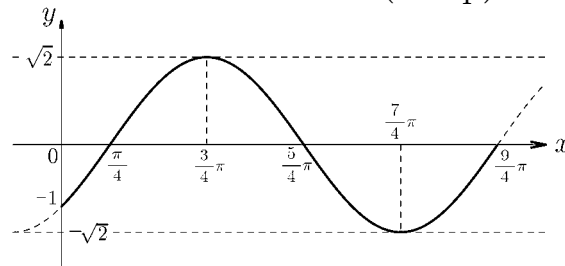
4. (1) $0 \leq \theta < \frac{\pi}{6}, \frac{11}{6}\pi < \theta \leq 2\pi$ (2) $\frac{4}{3}\pi < \theta < \frac{5}{3}\pi$

5. (1) $\theta = \frac{7}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi$ (2) $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{5}{3}\pi$

6. $\cos(\alpha - \beta) = -\frac{59}{72}$

7. $\sin^2 \theta = \frac{1 - \cos(2\theta)}{2}, \cos^2 \theta = \frac{1 + \cos(2\theta)}{2}$

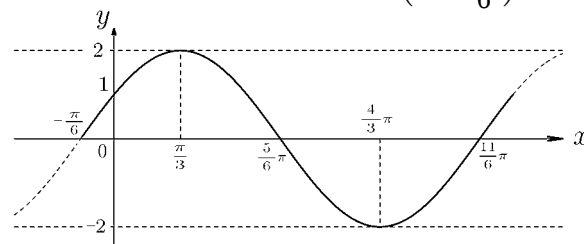
8. (1) $y = \sin x - \cos x = \sqrt{2} \sin(x - \frac{\pi}{4})$



$x = \frac{3}{4}\pi$ のとき 最大値 $\sqrt{2}$

$x = \frac{7}{4}\pi$ のとき 最小値 $-\sqrt{2}$

(2) $y = \sqrt{3} \sin x + \cos x = 2 \sin(x + \frac{\pi}{6})$



$x = \frac{\pi}{3}$ のとき 最大値 2

$x = \frac{4}{3}\pi$ のとき 最小値 -2

9. (1) $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}, \frac{5}{4}\pi \leq x \leq 2\pi$ (2) $0 \leq x < \frac{5}{6}\pi, \frac{11}{6}\pi < x \leq 2\pi$

< 34 ページ. 平均変化率 >

問の解答

(1) 1 から 3 まで

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{3^2 - 1^2}{2} = 4$$

(2) -1 から -3 まで

$$\frac{f(-3) - f(-1)}{-3 - (-1)} = \frac{(-3)^2 - (-1)^2}{-2} = -4$$

< 35 ページ. 極限值 >

問の解答

(1) $\lim_{x \rightarrow 0} (2 + x) = 2$

(2) $\lim_{x \rightarrow 0} (5 - 2x) = 5$

(3) $\lim_{x \rightarrow 1} (2 + x) = 3$

(4) $\lim_{x \rightarrow -1} (5 - 2x) = 7$

(5) $\lim_{x \rightarrow 0} (3 + h + h^2) = 3$

(6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5 - 2h}{3 + 2h} = \frac{5}{3}$

(7) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 + 1)(x - 2) = 10$

(8) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3}{x - 1} = -2$

(9) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{3x - 12}{x^2 - 16} = \frac{3}{8}$

(10) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2x - 3}{2x^2 - x - 1} = \frac{4}{3}$

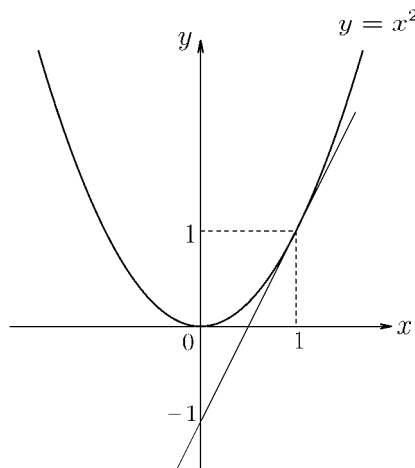
< 36 ページ. 微分係数 >

問の解答

(1) $a = 1$

$$f'(1) = 2$$

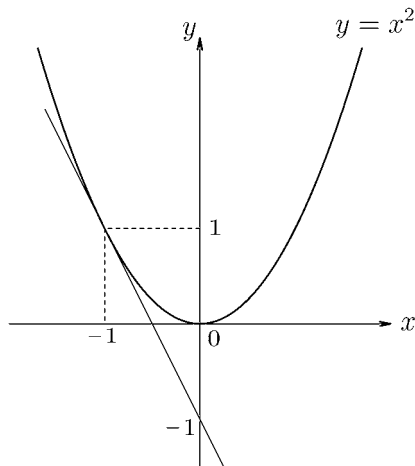
$y = x^2$ 上の点 $(1, 1)$ における接線の傾きが 2



(2) $a = -1$

$$f'(-1) = -2$$

$y = x^2$ 上の点 $(-1, 1)$ における接線の傾きが -2



< 37 ページ. 導関数 (1) >

問 1 の解答

$$(1) f(x) = 3x^2 + 5x - 1 \quad (x = 2)$$

$$f'(2) = 17$$

$$(2) f(x) = -x^2 - 7x + 3 \quad (x = 3)$$

$$f'(3) = -13$$

$$(3) f(x) = 2x^2 - 8x \quad (x = -1)$$

$$f'(-1) = -12$$

問 2 の解答

$$(1) f(x) = 15$$

$$f'(x) = 0$$

$$(2) f(x) = -7x - 17$$

$$f'(x) = -7$$

$$(3) f(x) = x^3$$

$$f'(x) = 3x^2$$

$$(4) y = 82 - \frac{1}{2}x + \frac{3}{4}x^2 - \frac{5}{2}x^3$$

$$y' = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}x - \frac{5}{2}x^2$$

< 38 ページ. 導関数 (2) >

問の解答

$$(1) f(x) = 3x^2 + 5x - 1$$

$$f'(x) = 6x + 5$$

$$(2) f(x) = -x^2 - 7 + 3$$

$$f'(x) = -2x - 7$$

$$(3) f(x) = 2x^2 - 8x$$

$$f'(x) = 4x - 8$$

< 39 ページ. 接線の方程式 >

問の解答

(1) 点 (1, 1)

$$y = 2x - 1$$

(2) 点 (2, 4)

$$y = 4x - 4$$

(3) 点 (3, 9)

$$y = 6x - 9$$

(4) 点 (-1, 1)

$$y = -2x - 1$$

(5) 点 (-2, 4)

$$y = -4x - 4$$

(6) 点 (-3, 9)

$$y = -6x - 9$$

(7) 点 (0, 0)

$$y = 0$$

< 40 ページ. 微分の問題 (1) >

1. (1) 1 から 3

$$\frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = 8$$

- (2) -1 から
- $-1 + h$

$$\frac{f(-1 + h) - f(-1)}{-1 + h - (-1)} = 3h - 10$$

2. (1)
- $\lim_{h \rightarrow 0} (5 - 3h + h^2 + 2h^3) = 5$

$$(2) \lim_{h \rightarrow 0} \left(\frac{1}{3} + 3h - h^2 + \frac{1}{3}h^5 \right) = \frac{1}{3}$$

3. (1)
- $y = 5x^3 - 3x^2 + 2$

$$y' = 15x^2 - 6x$$

- (2)
- $y = -2x^2 + 3x - 1$

$$y' = -4x + 3$$

- (3)
- $y = (3x - 2)^2$

$$y' = 18x - 12$$

- (4)
- $y = (x - 2)(x^2 + 3x - 1)$

$$y' = 3x^2 + 2x - 7$$

4. (1)
- $f(x) = x^2 - x - 3$
- (
- $x = -2$
-)

$$f'(-2) = -5$$

- (2)
- $f(x) = -x^3 + x^2 + x$
- (
- $x = 2$
-)

$$f'(2) = -7$$

5. (1)
- $y = x - 2$

- (2)
- $y = 12x + 4$

< 41 ページ. 関数の増減 (1) >

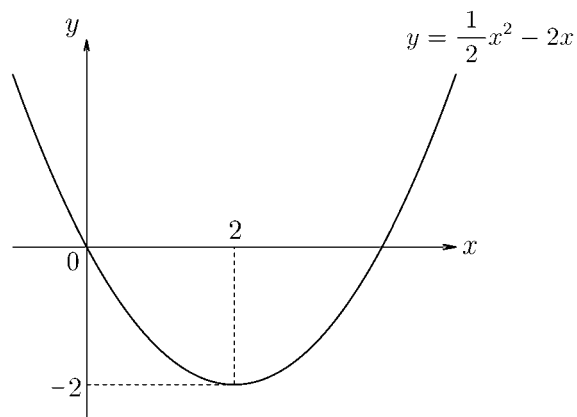
問の解答

$$(1) f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2x$$

$$f'(x) = x - 2$$

$x > 2$ のとき, $f'(x) > 0$ より $f(x)$ の値は増加

$x < 2$ のとき, $f'(x) < 0$ より $f(x)$ の値は減少

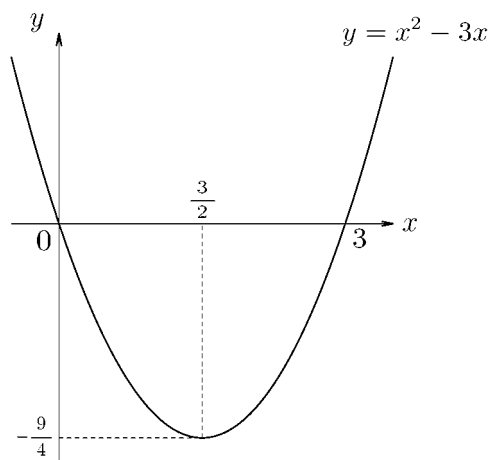


$$(2) f(x) = x^2 - 3x$$

$$f'(x) = 2x - 3$$

$x > \frac{3}{2}$ のとき, $f'(x) > 0$ より $f(x)$ の値は増加

$x < \frac{3}{2}$ のとき, $f'(x) < 0$ より $f(x)$ の値は減少



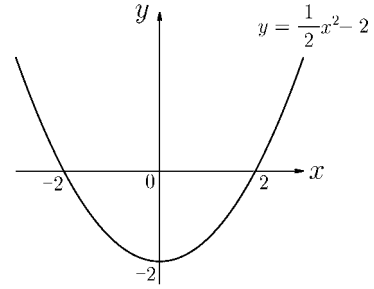
< 42 ページ. 関数の増減 (2) >

問の解答

(1) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2$

$f'(x) = x$

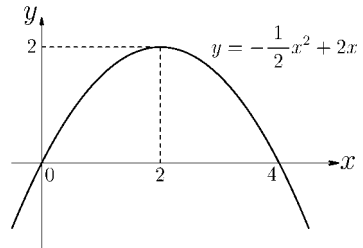
x	...	0	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	-2	↗



(2) $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x$

$f'(x) = -x + 2$

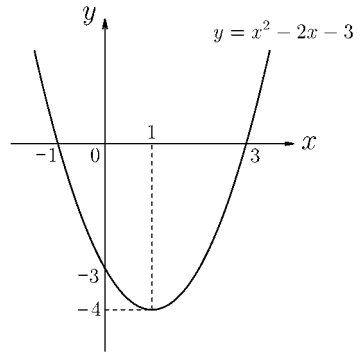
x	...	2	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘



(3) $f(x) = x^2 - 2x - 3$

$f'(x) = 2x - 2$

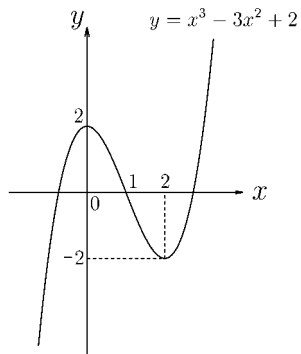
x	...	1	...
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘	-4	↗



(4) $f(x) = x^3 - 3x^2 + 2$

$f'(x) = 3x^2 - 6x = 3x(x - 2)$

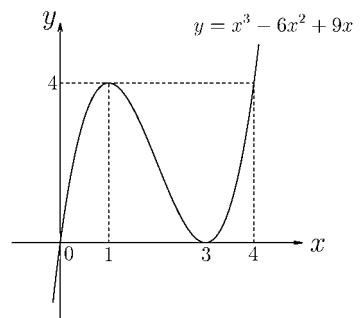
x	...	0	...	2	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	2	↘	-2	↗



(5) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

$f'(x) = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x - 1)(x - 3)$

x	...	1	...	3	...
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗



< 43 ページ. 関数の極大・極小 >

問 1 の解答

(1) $f(x) = x^3 + 3x^2 + 5$

$x = -2$ のとき 極大値 9

$x = 0$ のとき 極小値 5

(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$

$x = -1$ のとき 極大値 20

$x = 3$ のとき 極小値 -12

問 2 の解答

切り落とす正方形の一辺の長さが 1 cm のとき箱の容積は最大 16cm^2 となる

問 3 の解答

$x = 2\text{cm}$ のとき箱の容積は最大 32cm^2 となる

< 44 ページ. 微分の問題 (2) >

1. (1) $f(x) = x^2 - 2x + 3$

 $x < 1$ のとき単調に減少 $1 < x$ のとき単調に増加

(2) $f(x) = x^3 - 3x^2 - 2$

 $x < 0$ または $2 < x$ のとき単調に増加 $0 < x < 2$ のとき単調に減少

2. (1) $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$

 $x = -3$ のとき 極大値 32 $x = 1$ のとき 極小値 0

(2) $y = -x^3 + 3x$

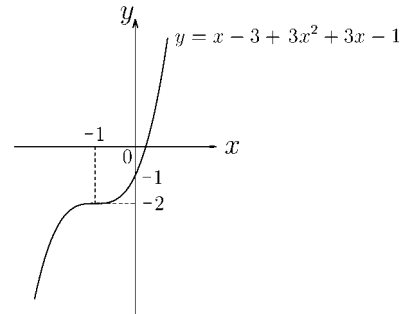
 $x = 1$ のとき 極大値 2 $x = -1$ のとき 極小値 -2

3.

(1) $y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1$

$y' = 3(x+1)^2 \geq 0$

極値なし

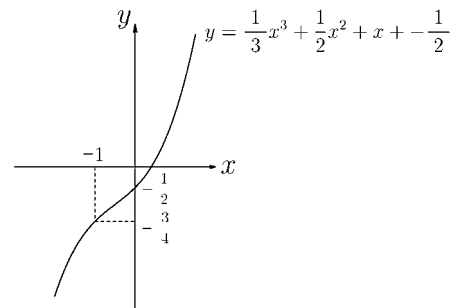


(2) $y = \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2}$

$y' = x^2 + x + 1$

$= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{3}{4} > 0$

極値なし



4. (1) $y = x^3 - 12 \quad (-3 \leq x \leq 3)$

 $x = -2$ のとき 最大値 16 $x = 2$ のとき 最小値 -16

(2) $y = x^3 - 3x^2 + 4 \quad (-2 \leq x \leq 2)$

 $x = 0$ のとき 最大値 4 $x = -2$ のとき 最小値 -16

< 45 ページ. 不定積分 (1) >

問の解答

(1) の具体例

$$\text{微分} \quad x^2 \longrightarrow 2x \quad \left((x^2)' = 2x \right)$$

$$\text{不定積分} \quad x^2 + C \longleftarrow 2x \quad \left(\int 2x \, dx = x^2 + C \right)$$

< 46 ページ. 不定積分 (2) >

問の解答

(1) $\int 3dx = 3x + C$

(2) $\int 10dx = 10x + C$

(3) $\int \frac{4}{7}dx = \frac{4}{7}x + C$

(4) $\int 3xdx = \frac{3}{2}x^2 + C$

(5) $\int \frac{x}{3}dx = \frac{x^2}{6} + C$

(6) $\int (-5x)dx = -\frac{5}{2}x^2 + C$

(7) $\int (-x^2)dx = -\frac{x^3}{3} + C$

(8) $\int \frac{x^2}{3}dx = \frac{x^3}{9} + C$

(9) $\int 3x^3 dx = \frac{3}{4}x^4 + C$

(10) $\int \left(-\frac{7}{3}x^3\right)dx = -\frac{7}{12}x^4 + C$

< 47 ページ. 不定積分 (3) >

問の解答

$$(1) \int (4x + 3)dx = 2x^2 + 3x + C$$

$$(2) \int (x^2 - 3x + 1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{2} + x + C$$

$$(3) \int (-10x - 9)dx = -5x^2 - 9x + C$$

$$(4) \int (-3x^2 + 2x - 3)dx = -x^3 + x^2 - 3x + C$$

$$(5) \int (x + 1)(x - 2)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 2x + C$$

$$(6) \int (2x - 3)(x + 1)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{x^2}{2} - 3x + C$$

$$(7) \int (x - 2)^2 dx = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x + C$$

$$(8) \int (3x + 2)^2 dx = 3x^3 + 6x^2 + 4x + C$$

< 48 ページ. 定積分 (1) >

問の解答

$$(1) \int_0^2 4x dx = 8$$

$$(2) \int_1^3 dx = 2$$

$$(3) \int_{-1}^1 3x^2 dx = 2$$

$$(4) \int_0^3 x^3 dx = \frac{81}{4}$$

$$(5) \int_{-1}^1 x^3 dx = 0$$

< 49 ページ. 定積分 (2) >

問の解答

$$(1) \int_0^3 (3x^2 + 2x - 3)dx = 27$$

$$(2) \int_0^2 (x^2 - 2x - 4)dx = -\frac{28}{3}$$

$$(3) \int_{-1}^2 (-x^2 + 2x - 3)dx = -9$$

$$(4) \int_{-2}^2 (x + 2)^2 dx = \frac{64}{3}$$

$$(5) \int_{-2}^1 (x + 3)^2 dx = 21$$

< 50 ページ. 定積分 (3) >

問の解答

$$1. \int f(x)dx = F(x) + C \text{ とおくと}$$

$$\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a) \text{ より}$$

$$b = a \text{ とおくと,}$$

$$\int_a^a f(x)dx = F(a) - F(a) = 0$$

$$\therefore \int_a^a f(x)dx = 0$$

$$2. \int_b^a f(x)dx = F(a) - F(b) = -\{F(b) - F(a)\} = -\int_a^b f(x)dx$$

$$\therefore \int_b^a f(x)dx = -\int_a^b f(x)dx$$

$$3. \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx = F(c) - F(a) + F(b) - F(c)$$

$$= F(b) - F(a)$$

$$= \int_a^b f(x)dx$$

$$\therefore \int_a^b f(x)dx = \int_a^c f(x)dx + \int_c^b f(x)dx$$

< 51 ページ $f(t)$ の定積分 >

問の解答

与式 $\int_a^x f(t)dt = x^2 + x - 2$ の両辺を x で微分すると

$$f(x) = 2x + 1$$

である。一方 $x = a$ のときも与式は成り立つから

$$0 = \int_a^a f(t)dt = a^2 + a - 2$$

$$(答) \begin{cases} a = 1, -2 \\ f(x) = 2x + 1 \end{cases}$$

< 52 ページ. 定積分と面積 >

問の解答

$$S = - \int_a^b f(x) dx$$

< 53 ページ. 面積の問題 >

1.

(1) $\int_0^3 2x \, dx = 9$

(2) $\int_1^3 \frac{1}{2}x \, dx = 2$

(3) $\int_1^2 \left(-\frac{4}{3}x + 4\right) dx = 2$

(4) $-\int_1^3 \left(\frac{3}{4}x - 3\right) dx = 3$

(5) $\int_1^2 x^2 \, dx = \frac{7}{3}$

(6) $\int_1^2 (x^2 + 1) \, dx = \frac{10}{3}$

< 54 ページ.2 曲線で囲まれた面積 >

問の解答

(1) $\frac{2}{3}\sqrt{2}$

(2) $\frac{1}{3}$

< 55 ページ.2 曲面で囲まれた面積の問題 >

$$1. \quad (1) \quad S = - \int_{-1}^1 (x^2 - 1) dx = \frac{4}{3} \qquad (2) \quad S = \int_1^2 \{2x^2 + 1 - (x^2 - 1)\} dx = \frac{13}{3}$$

$$(3) \quad S = \int_{-1}^2 (x + 2 - x^2) dx = \frac{9}{2} \qquad (4) \quad S = \int_{-1}^5 \{9 - (x - 2)^2\} dx = 36$$

$$2. \quad S = - \int_1^3 (x^2 - 3x) dx + \int_3^5 (x^2 - 3x) dx = 12$$

< 56 ページ. 放物線と x 軸で囲まれた面積 >

問の解答

$$\begin{aligned}\int_{\alpha}^{\beta} a(x-\alpha)(x-\beta)dx &= a\left[\frac{x^3}{3}-\frac{\alpha+\beta}{2}x^2+\alpha\beta x\right]_{\alpha}^{\beta} \\ &= a\left\{\frac{\beta^3}{3}-\frac{\alpha+\beta}{2}\beta^2+\alpha\beta^2-\left(\frac{\alpha^3}{3}-\frac{\alpha+\beta}{2}\alpha^2+\alpha^2\beta\right)\right\} \\ &= a\left\{\frac{1}{3}(\beta^3-\alpha^3)-\frac{\alpha+\beta}{2}(\beta^2-\alpha^2)+\alpha\beta(\beta-\alpha)\right\} \\ &= \frac{a}{6}(\beta-\alpha)\left\{2(\beta^2+\alpha\beta+\alpha^2)-3(\alpha+\beta)^2+6\alpha\beta\right\} \\ &= \frac{a}{6}(\beta-\alpha)(-\beta^2+2\alpha\beta-\alpha^2) \\ &= -\frac{a}{6}(\beta-\alpha)^3\end{aligned}$$

< 57 ページ. 積分の問題 >

1.

(1) $\int (-2)dx = -2x + C$

(2) $\int (3x - 2)dx = \frac{3}{2}x^2 - 2x + C$

(3) $\int 3(x - 2)dx = \frac{3}{2}x^2 - 6x + C$

(4) $\int (x^2 - 1)dx = \frac{x^3}{3} - x + C$

(5) $\int (1 - x + x^2)dx = x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + C$

(6) $\int (x + 2)(x - 1)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} - 2x + C$

2.

(1) $\int_0^1 (2x - 3)dx = -2$

(2) $\int_1^2 (x^2 - x)dx = \frac{5}{6}$

(3) $\int_0^1 x(x - 2)dx = -\frac{2}{3}$

(4) $\int_1^3 (x - 1)(x - 3)dx = -\frac{4}{3}$

3.

(1) $\int_{-1}^3 (2x + 3 - x^2)dx = \frac{32}{3}$

(2) $\int_2^3 \{2x - 1 - (x^2 - 3x + 5)\}dx = \frac{1}{6}$

(3) $\int_{-\frac{1}{3}}^2 \{2 - 2x^2 - (x^2 - 5x)\}dx = \frac{343}{54}$

(4) $\int_1^2 \{-3x^2 + 9x - 6 - (2x^2 - 6x + 4)\}dx = \frac{5}{6}$

4.

(1) $-\int_{-2}^3 (x - 3)(x + 2)dx = \frac{125}{6}$

(2) $\int_0^3 (-x^2 + 3x)dx = \frac{9}{2}$

< 58 ページ. ボールを落とす >

v_0 は 初期速度

x_0 は 初期位置 (高さ)

問の解答

$$t = \frac{125}{3g} \doteq 4.25 \text{ (秒)}$$

$$t = \frac{125^2}{18g} \doteq 88.6 \text{ (m)}$$

< 59 ページ. ボールを投げる >

問の解答

$$(1) \frac{250}{3g} \doteq 8.5(\text{秒})$$

$$(2) \frac{15625}{18g} \doteq 88.6(\text{m})$$

< 60 ページ. 付録 1-1 >

問の解答

(1) O : ボールを投げた最初の位置

A : 木の枝にぶらさがっているサルの位置

B : ボールの到達位置

(2) P : ボールの動く軌跡

Q : サルが地上に落ちる軌跡

(3) ベクトル $(60, 40)$ 方向を考える

< 61 ページ. 付録 1-2 >

問の解答

地球上の物体を地球の中心へ向かって引く力

< 62 ページ. 付録 2 >

問 1 の解答

① 8 (km)

② $\int_0^1 10t dt + \int_1^4 10 dt + \int_4^5 (-10t + 50) dt = 40$ (km)

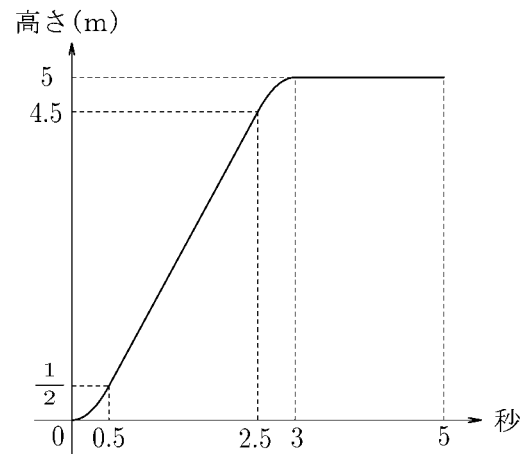
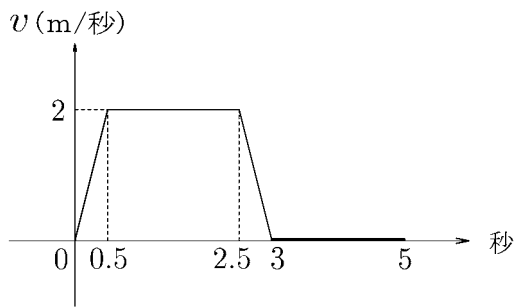
③

0 ~ 0.5 $y = 2t^2$

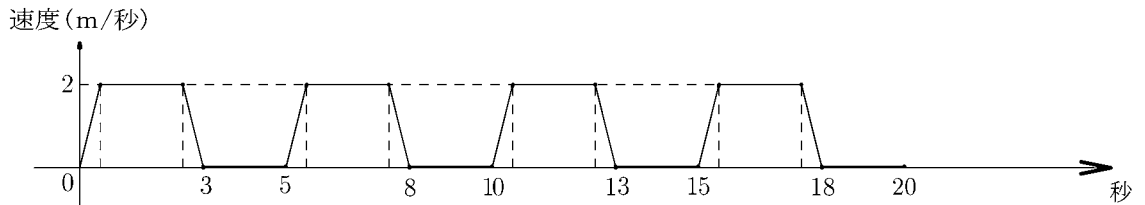
0.5 ~ 2.5 $y = 2t - \frac{1}{2}$

2.5 ~ 3 $y = -2t^2 + 12t - 13$

3 ~ 5 $y = 5$



④



$$4 \left\{ \int_0^{0.5} 4t dt + \int_{0.5}^{2.5} 2 dt + \int_{2.5}^3 (-4t + 12) dt + \int_3^5 0 dt \right\} = 20 \text{ (m)}$$