

< 乱歩 >

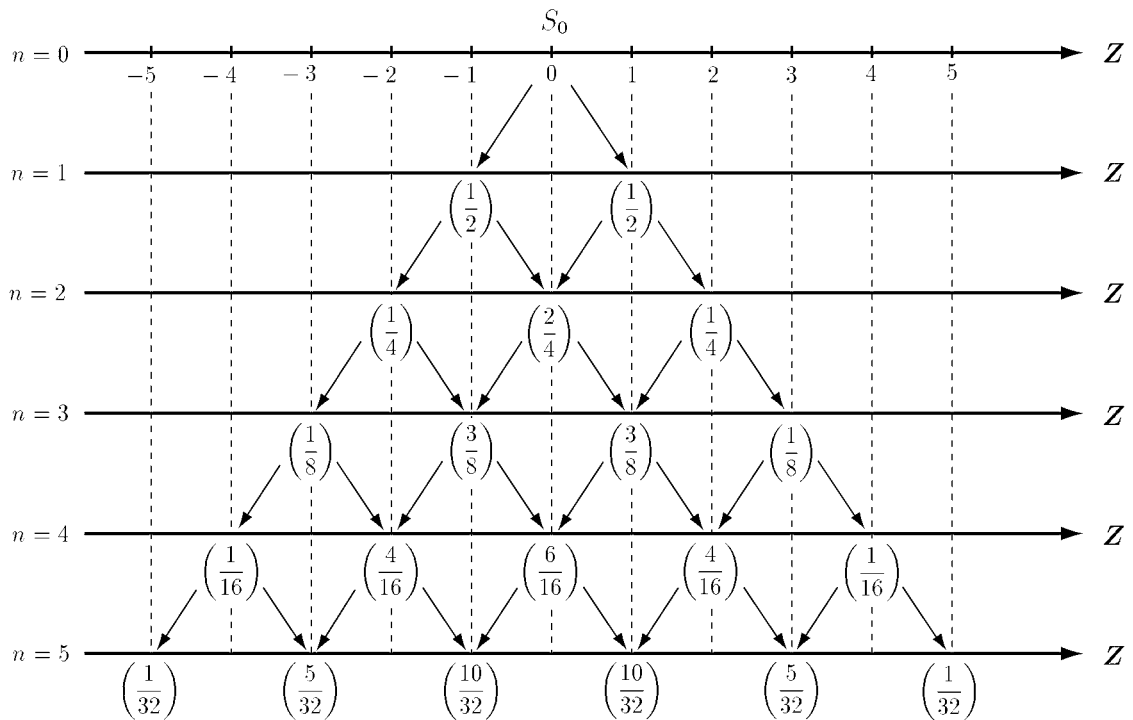
1次元乱歩 (random walk) というのは1次元の格子点上を動く粒子の運動である。コイン投げを考える。表が出れば一步進む。裏が出れば一步後退する。このコイン投げを無限回繰り返す。 $k \geq 1$ に対し

$$X_k = \begin{cases} 1 & : k \text{ 回目に表が出たとき} \\ -1 & : k \text{ 回目に裏が出たとき} \end{cases}$$

として、

$$S_n = X_1 + X_2 + \cdots + X_n, \quad S_0 = 0$$

とおく。 $\{S_n\}$ を0から出発し、整数 Z 上を動く乱歩 (ランダム・ウォーク) という。 $n = 0$ から $n = 5$ までの $\{S_n\}$ の動く可能性のある道を図示すると下図のようになる。



Z 上の点 j の下の $()$ 内は $P(S_n = j)$ の確率である。

$$P(S_{n+1} = j) = \frac{1}{2}P(S_n = j + 1) + \frac{1}{2}P(S_n = j - 1)$$

が成り立つ。