

< 母比率の区間推定 2 >

大きさ N の母集団の母比率 p を非復元抽出による n 個の標本 X_1, X_2, \dots, X_n によって推定したい。母平均は $\mu = p$, 母分散は $\sigma^2 = p(1-p)$ より 11 ページ (***) 式から、信頼度

$f(\alpha) = 2 \int_0^\alpha \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$ の信頼区間は

$$\boxed{\bar{X} - \alpha \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \times \frac{p(1-p)}{n}} \leq p \leq \bar{X} + \alpha \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \times \frac{p(1-p)}{n}} \quad (*^5)}$$

となる。この p に関する 2 次不等式を解くと

$$\boxed{\frac{b - \sqrt{D}}{2a} \leq p \leq \frac{b + \sqrt{D}}{2a}} \quad (*^5)'$$

$$\left(a = \frac{N-n}{(N-1)n} + \frac{1}{\alpha^2}, \quad b = \frac{N-n}{(N-1)n} + \frac{2\bar{X}}{\alpha^2}, \quad c = \frac{\bar{X}^2}{\alpha^2}, \quad D = b^2 - 4ac \right)$$

である。

例題 10 万人の有権者のいる都市で、内閣支持率 p を調べるのに 2000 人を無作為非復元抽出し、支持者の数を調べたら、2000 人中 800 人が支持者であった。母比率 p の 95% 信頼区間を求めよ。また信頼区間の幅を求めよ。

(解) $\bar{X} = \frac{800}{2000} = 0.4$, $N = 100000$, $n = 2000$, $\alpha = 1.96$ とする。(*⁵)' より

$$\frac{b - \sqrt{D}}{2a} = 0.378952, \quad \frac{b + \sqrt{D}}{2a} = 0.421424 \quad \text{となるから}$$

$$\underline{\text{信頼区間は } 0.378952 \leq p \leq 0.421424}$$

$$\underline{\text{信頼区間の幅は } 0.421424 - 0.378952 = 0.042472}$$

問 10 万人の有権者のいる都市で、内閣支持率 p を調べるのに 3000 人を無作為非復元抽出し、支持者の数を調べたら 3000 人中 1500 人が支持者であった。母比率 p の 95% 信頼区間を求めよ。また信頼区間の幅を求めよ。