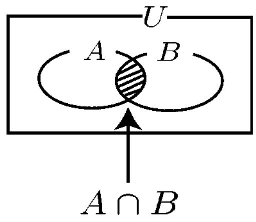
< 条件付確率 1 >

事象 A が起こったとき，事象 B の起こる確率を



$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$$

と定め，A が起こったとき B の起こる**条件付確率**

という。この定義より $P(A \cap B) = P(B \mid A) \times P(A)$ となる。

問1　A と B が独立事象であるとき $P(B \mid A) = P(A)$ であることを示せ。

例　全部で 100 本のくじの中に当たりが 10 本ある。

最初に A 君が引き，次に B 君が引いた。

A 君が当たりを引く事象を A,

B 君が当たりを引く事象を B

とする。

$$P(A) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10},\ \ P(A \cap B) = \frac{10 \times 9}{100 \times 99} = \frac{1}{10} \times \frac{1}{11} = \frac{1}{110}$$

より A 君が当たった後で B 君の当たる確率は

$$P(B \mid A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} = \frac{\frac{1}{110}}{\frac{1}{10}} = \frac{1}{11}$$

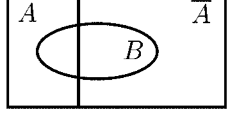
(別解)　A 君が当たったとき，残りくじは 99 本で，当たりくじは 9 本残っているから

$$P(B \mid A) = \frac{9}{99} = \frac{1}{11}$$

問2　上の例で最初に A 君がはずれを引くという事象を $\overline{A}$ とする。

$P(B \mid \overline{A})$ を求めよ。

問3　上の例で 2 人目の B 君が当たる確率を求めよ。



(ヒント)　$P(B) = P(B \cap A) + P(B \cap \overline{A}) = P(B \mid A)P(A) + P(B \mid \overline{A})P(\overline{A})$