< 正規分布 2 >

定理 3 X が正規分布 $N(m, v)$ に従う確率変数とする。
a, b $(a \neq 0)$ に対し，確率変数

$$Y = aX + b$$

は正規分布 $N(am + b,\ av^2)$ に従う。特に

$$X^* = \frac{X - m}{\sqrt{v}}$$

は標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。

(注) 一般に $E\,[X] = m$, $V\,[X] = v$ のとき　$Y = aX + b$ の平均と分散は

$$E\,[Y] = am + b\ ,\quad V\,[Y] = a^2 v$$

である。次の定理 4，5 は正規分布特有の性質である。

定理 4 確率変数 X_1 は正規分布 $N(m_1,\ v_1)$ に従い，
確率変数 X_2 は正規分布 $N(m_2,\ v_2)$ に従う。
X_1 と X_2 が独立ならば，和 $X_1 + X_2$ は
正規分布 $N(m_1 + m_2,\ v_1 + v_2)$ に従う。

定理 5 確率変数 $X_1,\ X_2,\ \cdots\ , X_n$ は独立で標準正規分布 $N(0,\ 1)$ に従う。
$\overline{X} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} X_i$ とするとき，

$$\{X_1 - \overline{X},\ X_2 - \overline{X},\ \cdots\ , X_{n-1} - \overline{X}\} \text{ と } \overline{X} \text{ は独立である。}$$

系 確率変数 $Y_1,\ Y_2,\ \cdots\ , Y_n$ は独立で同じ正規分布 $N(m,\ v)$ に従う。
$\overline{Y} = \dfrac{1}{n}\displaystyle\sum_{i=1}^{n} Y_i$ とするとき，

$$\sum_{i=1}^{n}(Y_i - \overline{Y})^2 \text{ と } \overline{Y} \text{ は独立である。}$$