＜ 連続型確率分布 ＞

確率変数 X に対し，非負値関数テスト $p(x)$ が存在し

$$P\ (\ a < X < b\ ) = \int_a^b p(x)\,dx \qquad (a < b)$$

を満たすとき，X は連続型の確率変数といい，$p(x)$ を X の**確率密度関数**という。

(注)　$p(x)$ が確率密度関数であれば

$$p(x) \geqq 0 \quad , \quad \int_{-\infty}^{\infty} p(x)dx = 1$$

を満たす。

$p(x)$ を確率密度関数とする確率変数の平均と分散は

$$E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx = m \qquad : 平均$$

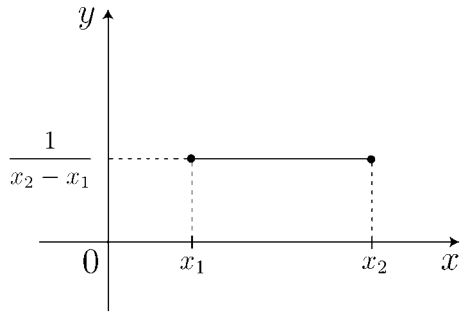
$$V[X] = E\left[(X-m)^2\right] = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 p(x)dx \qquad : 分散$$

となる。

例　(**一様分布**)

定数 x_1，x_2 $(x_1 < x_2)$ に対し

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x_2 - x_1} & : \ x_1 \leqq x \leqq x_2 \\ 0 & : \ その他 \end{cases}$$



を確率密度関数とする確率変数 X の分布を**一様分布**という。平均と分散は

$$E[X] = \frac{x_1 + x_2}{2} \quad , \quad V[X] = \frac{(x_2 - x_1)^2}{12} \qquad \cdots (*)$$

となる。

問　$(*)$ 式を証明せよ。