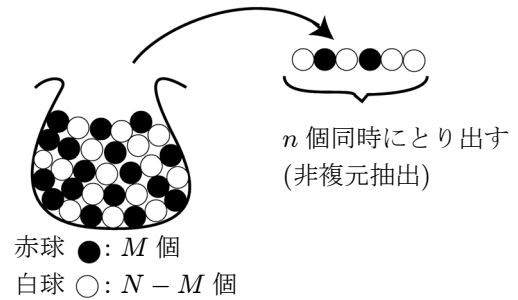


## < 超幾何分布 >

### 例4 < 超幾何分布 >

壺の中に  $N$  個の玉が入っていて、  
そのうち  $M$  個が赤球、 $N - M$  個が  
白玉である。この壺から 1 度に  $n$  個  
の玉をとり出す。このとき、とり出した



玉は壺にもどさない (非複元抽出)。このとり出した  $n$  個のうち  
赤球の数を  $X$  とする。このとき  $X$  の確率は

$$P(X = k) = \frac{M C_k \times (N - M) C_{n - k}}{N C_n} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

となる。この分布を超幾何分布  $H(N, n, p)$  (ただし  $p = \frac{M}{N}$ )  
という。平均と分散は

$$E[X] = np, \quad V(X) = E[(X - np)^2] = n \left( \frac{N - n}{N - 1} \right) p(1 - p) = v$$

である。図1は  $N = 300, n = 30, p = 0.4$

の場合の超幾何分布であり、図2は

$n = 30, p = 0.4$  の場合の二項分布である。

一般に  $N$  が十分大きいときは超幾何分布

は二項分布で近似できる。

#### 定理 1

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{pN C_k \times (1-p)N C_{n-k}}{N C_n} = n C_k p^k (1-p)^{n-k}$$

図3の棒グラフは超幾何分布  $H(300, 30, 0.4)$

であり、曲線は正規分布曲線  $y = \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} e^{-\frac{(x-np)^2}{2v}}$

である。ただし、 $p = \frac{M}{N} (= 0.4)$ 、 $v = n \times \frac{N-n}{N-1} p(1-p)$   
 $= 30 \times \frac{270}{299} \times 0.4 \times 0.6 (= 6.5)$  である。

#### 定理 2

$\frac{M}{N} = p, \frac{n}{N} = q$  が一定という条件で

$N \rightarrow \infty$  とするとき

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left\{ P(a < X < b) - \int_a^b \frac{1}{\sqrt{2\pi v}} e^{-\frac{(x-np)^2}{2v}} dx \right\} = 0$$

