＜離散型確率分布１＞

確率変数 X のとる値が

$$x_1,\ x_2,\ \cdots,\ x_n,\ \cdots$$

のように定まっていて，各値をとる確率が

$$P(X = x_k) = p_k \qquad (k = 1,\ 2,\ \cdots)$$

で与えられているとき，X を離散型確率変数といい，その分布 $P(X = x_k) = p_k\ \ (k = 1,\ 2,\ \cdots)$ を離散型確率分布という。ここで $p_k \geqq 0,\ \displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} p_k = 1$ である。このとき任意の関数 $f(x)$ に対し

$$E[f(X)] = \sum_{k=1}^{\infty} f(x_k)P(X = x_k) = \sum_{k=1}^{\infty} f(x_k)p_k$$

と定める。X の平均と分散は

$$E[X] = \sum_{k=1}^{\infty} x_k p_k = m \qquad ：平均$$

$$V[X] = E[(X-m)^2] = \sum_{k=1}^{\infty} (x_k - m)^2 p_k \qquad ：分散$$

となる。

例１ (二項分布) サイコロ投げやコイン投げをくり返し行うように，同じ試行をくり返して行うことを，**「ベルヌーイ試行」**という。成功確率 p の試行をくり返して n 回行う。(これを成功確率 p のベルヌーイ試行という。) 各回は互いに独立である。成功した回数を X とすると

$$P(X = k) = {}_nC_k\, p^k (1-p)^{n-k} \qquad (k = 0,\ 1,\ \cdots,\ n)$$

となる。この分布を**二項分布 $\boldsymbol{B(n,\ p)}$** という。

平均と分散は

$$E[X] = np,\quad V(X) = np(1-p)$$

である。