高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2004年度版)

初級編

No. 1

解答

＜１ページ.円周率＞

問１の解答

(1) ℓ = 4π(cm)

(2) ℓ = 2πr

問２の解答

(1) ℓ = πr

(2) ℓ = $\frac{\pi}{2}r$

(3) ℓ = $\frac{\pi}{3}r$

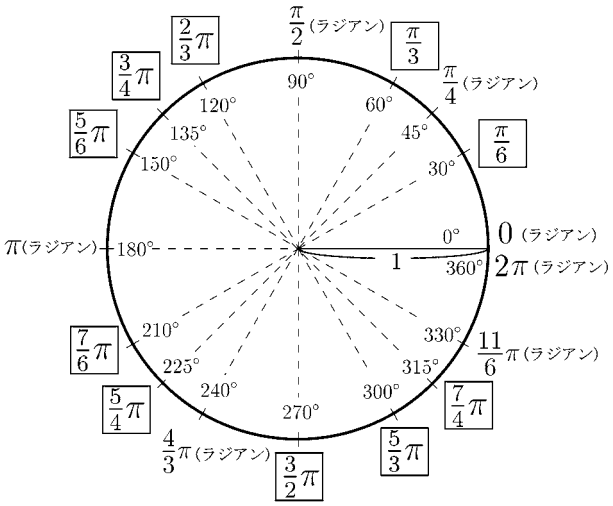
＜ 2 ページ. 弧度法 1 ＞

問の解答

度数法	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$210°$	$225°$	$240°$	$270°$	$300°$	$315°$	$330°$	$360°$
弧度法	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	$\frac{11}{6}\pi$	2π

＜ 3ページ. 弧度法 2 ＞

問１の解答



問２の解答

(1)　3π　　(2)　$-\frac{3}{2}\pi$　　(3)　$\frac{7}{2}\pi$

(4)　$-\frac{9}{4}\pi$　　(5)　$\frac{25}{6}\pi$　　(6)　$-\frac{19}{4}\pi$

問３の解答

(1)　$\ell = 2\pi r$

(2)　$S = \pi r^2$

＜ 4ページ. 三角関数 ＞

問１の解答

θ	$-\pi$	$-\frac{5\pi}{6}$	$-\frac{3\pi}{4}$	$-\frac{2\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\sin\theta$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos\theta$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan\theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

θ	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{5\pi}{4}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	2π	$\frac{13\pi}{6}$	$\frac{9\pi}{4}$	$\frac{7\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{2}$	$\frac{8\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{4}$	$\frac{17\pi}{6}$	3π	$\frac{19\pi}{6}$
$\sin\theta$	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$
$\cos\theta$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan\theta$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$

問２の解答

(1) $\sin(\theta + 2\pi) = \sin\theta$　　(2) $\cos(\theta + 2\pi) = \cos\theta$　　(3) $\tan(\theta + 2\pi) = \tan\theta$

(4) $\sin(2\pi - \theta) = -\sin\theta$　　(5) $\cos(2\pi - \theta) = \cos\theta$　　(6) $\tan(2\pi - \theta) = -\tan\theta$

(7) $\sin(-\theta) = -\sin\theta$　　(8) $\cos(-\theta) = \cos\theta$　　(9) $\tan(-\theta) = -\tan\theta$

(10) $\sin(\theta + \pi) = -\sin\theta$　　(11) $\cos(\theta + \pi) = -\cos\theta$　　(12) $\tan(\theta + \pi) = \tan\theta$

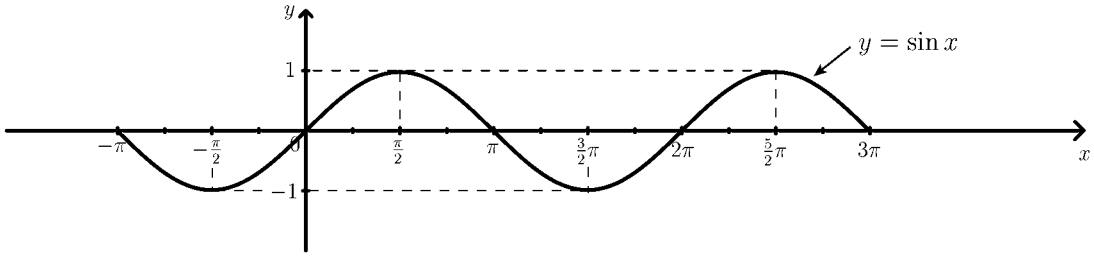
(13) $\sin(\pi - \theta) = \sin\theta$　　(14) $\cos(\pi - \theta) = -\cos\theta$　　(15) $\tan(\pi - \theta) = -\tan\theta$

＜ 5ページ. 三角関数のグラフ ＞

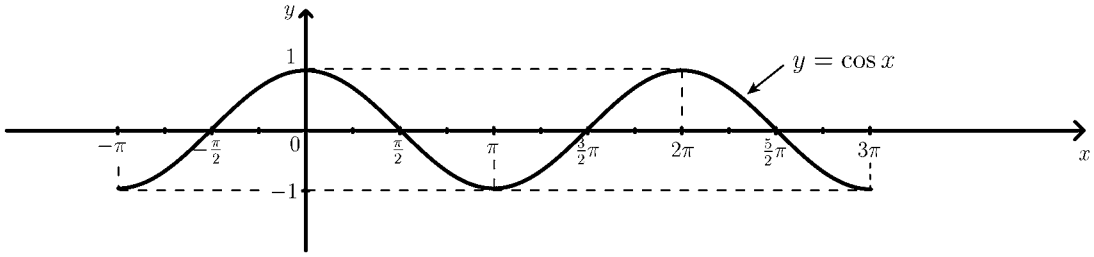
問の解答

x	度数法	$-180°$	$-135°$	$-90°$	$-45°$	$0°$	$45°$	$90°$	$135°$	$180°$	$225°$	$270°$	$315°$	$360°$	$405°$	$450°$	$495°$	$540°$
	弧度法	$-\pi$	$-\frac{3}{4}\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{4}$	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3}{4}\pi$	π	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$	$\frac{7}{4}\pi$	2π	$\frac{9}{4}\pi$	$\frac{5}{2}\pi$	$\frac{11}{4}\pi$	3π
$\sin x$		0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0
$\cos x$		-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	-1

(1) $y = \sin x$

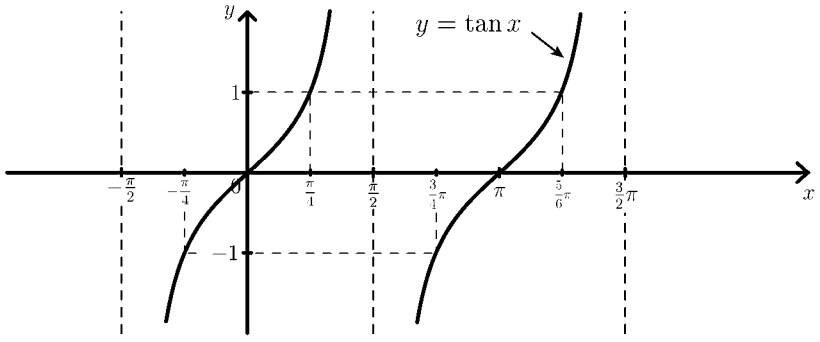


(2) $y = \cos x$



x	度数法	$-90°$	$-60°$	$-45°$	$-30°$	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$	$120°$	$135°$	$150°$	$180°$	$210°$	$225°$	$240°$	$270°$
	弧度法	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$	$\frac{3}{2}\pi$
$\tan x$		×	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	×	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	×

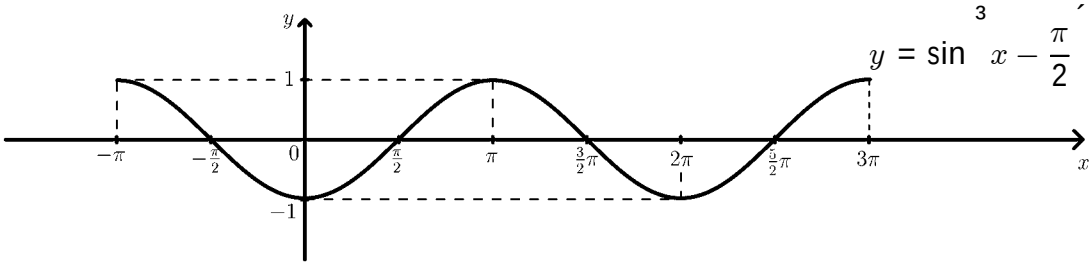
(3) $y = \tan x$



＜ 6 ページ. 正弦波 1 ＞

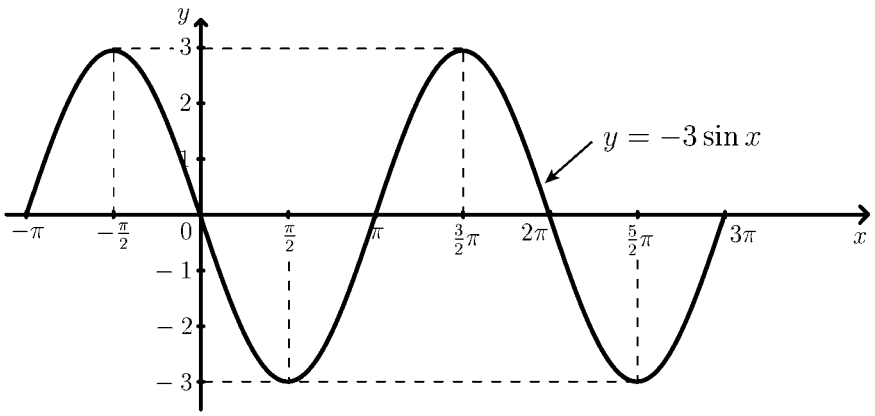
問の解答

x	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π	$\frac{5}{2}\pi$	3π
$\sin x$	0	-1	0	1	0	-1	0	1	0
$\sin\left(x-\frac{\pi}{2}\right)$	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1



＜ 7 ページ. 正弦波 2 ＞

問の解答

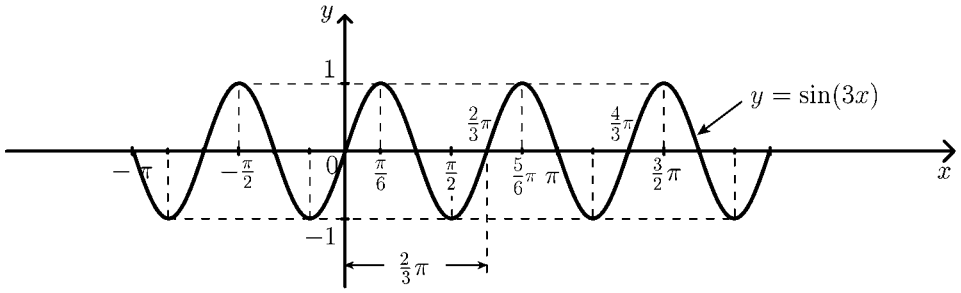


振幅 3

＜ 8ページ. 正弦波 3 ＞

問の解答

x	$-\frac{2}{3}\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{7}{6}\pi$	$\frac{4}{3}\pi$
$3x$	-2π	$-\frac{3}{2}\pi$	$-\pi$	$-\frac{\pi}{2}$	0	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π	$\frac{5}{2}\pi$	3π	$\frac{7}{2}\pi$	4π
$\sin(3x)$	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0	1	0	-1	0

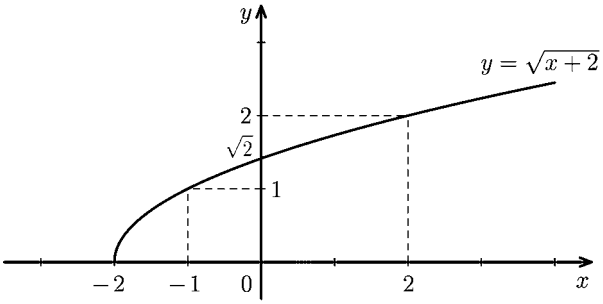


周期 $\frac{2}{3}\pi$

＜ 9ページ. 無理関数 1 ＞

問の解答

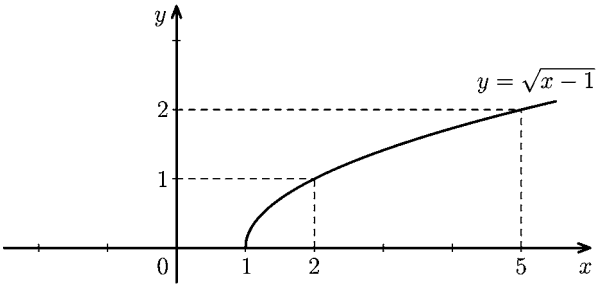
(1)



x	-2	-1	0	2
y	0	1	$\sqrt{2}$	2

定義域：x = -2　，値域：y = 0

(2)



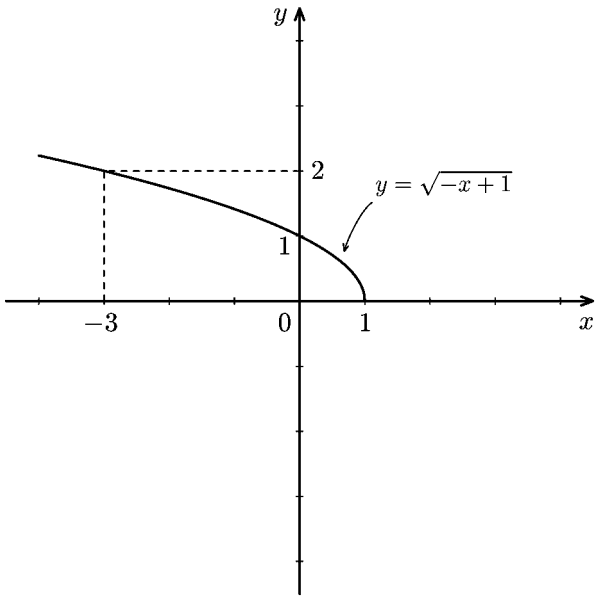
x	1	1.25	2	5
y	0	$\frac{1}{2}$	1	2

定義域：x = 1　，値域：y = 0

＜ 10 ページ. 無理関数 2 ＞

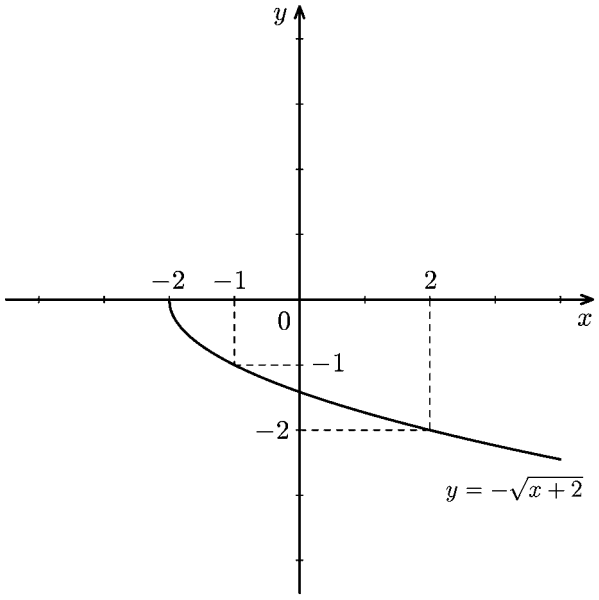
問の解答

(1)



定義域：$x \leqq 1$ ，値域：$y \geqq 0$

(2)



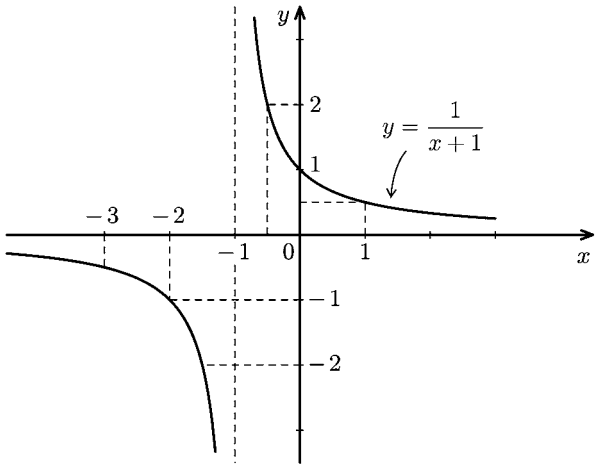
定義域：$x \geqq -2$ ，値域：$y \leqq 0$

＜ 11 ページ. 分数関数 1 ＞

問の解答

x	-3	-2	-1.5	-1	-0.5	0	1
y	-0.5	-1	-2		2	1	0.5

定義域：$x \neq -1$　，値域：$y \neq 0$



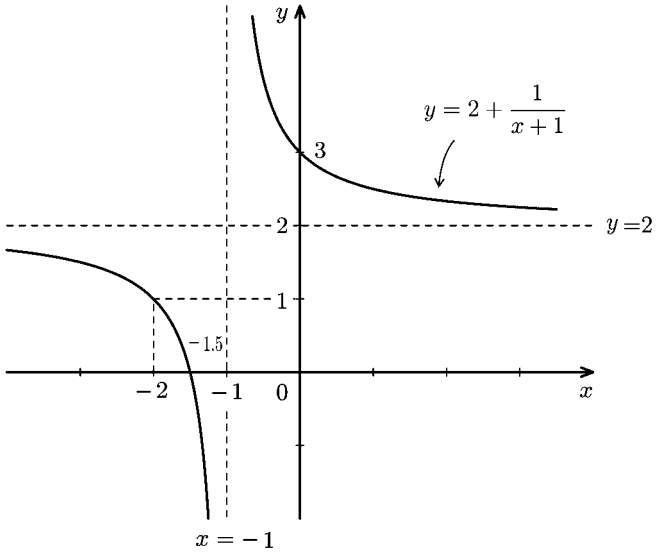
＜ 12 ページ. 分数関数 2 ＞

問の解答

定義域：$x \neq -1$

値域：$y \neq 2$

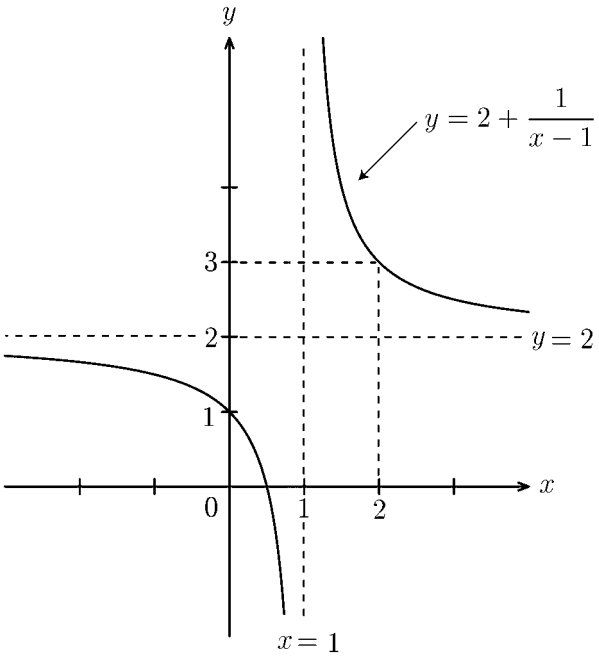
漸近線：$x = -1$ ，$y = 2$



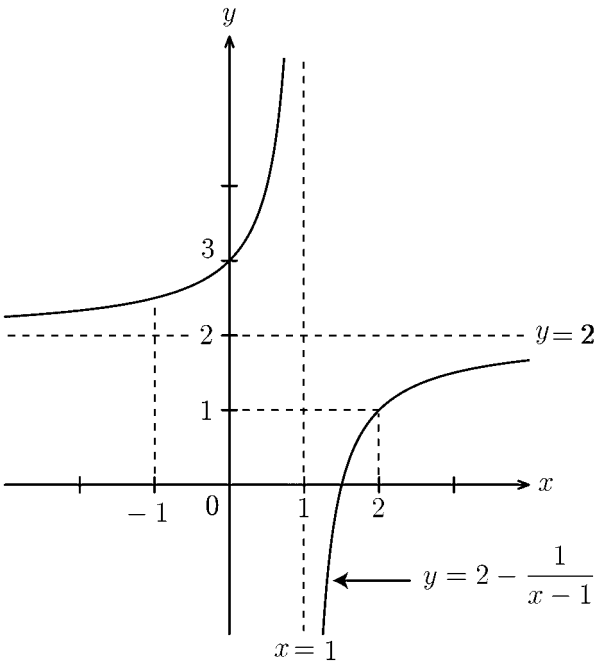
＜ 13 ページ. 分数関数 3 ＞

問の解答

(1) $y = 2 + \dfrac{1}{x-1}$　　漸近線は $x = 1$ と $y = 2$



(2) $y = 2 - \dfrac{1}{x-1}$　　漸近線は $x = 1$ と $y = 2$



< 14 ページ. 絶対値 >

問 1 の解答

(1) $|4.5| = 4.5$

(2) $|13.4| = 13.4$

(3) $|-0.5| = 0.5$

(4) $|-3.7| = 3.7$

問 2 の解答

(1) $a > 0$ のとき $|a| = \boxed{a}$

(2) $a = 0$ のとき $|a| = 0$

(3) $a < 0$ のとき $|a| = \boxed{-a}$

問 3 の解答

(1)　$a > 3$ のとき $|a-3| = \boxed{a-3}$

(2)　$a = 3$ のとき $|a-3| = 0$

(3)　$a < 3$ のとき $|a-3| = \boxed{3-a}$

問 4 の解答

(1)　$a > b$ のとき $|a-b| = \boxed{a-b}$

(2)　$a = b$ のとき $|a-b| = 0$

(3)　$a < b$ のとき $|a-b| = \boxed{b-a}$

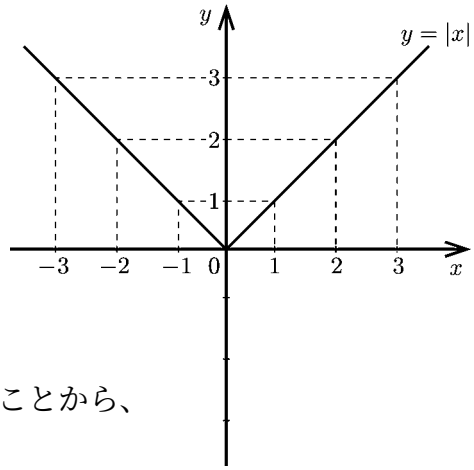
問 5 の解答

数直線上の点 a と b の間の距離

＜ 15 ページ. 絶対値のグラフ 1 ＞

問 1 の解答

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	3	2	1	0	1	2	3



「右のグラフより、$y = |x|$ のグラフは

$x = 0$ の範囲では、直線 $y =$ $\boxed{x}$ であり

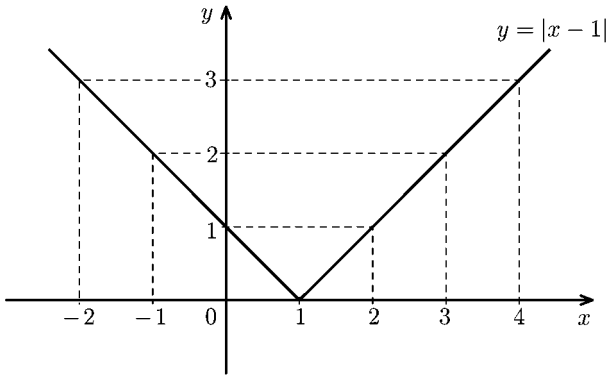
$x < 0$ の範囲では、直線 $y =$ $\boxed{-x}$ であることから、

$$y = |x| = \begin{cases} \boxed{x} & (x = 0) \\ \boxed{-x} & (x < 0) \end{cases}$$ が分かる。」

問 2 の解答

(1)

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	4	3	2	1	0	1	2	3



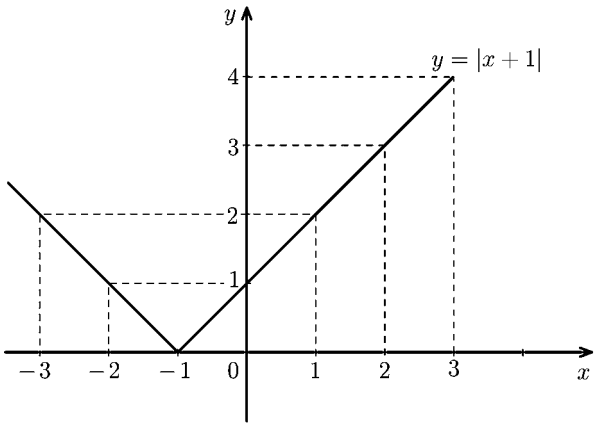
(2)　$x = 1$ のとき　$|x - 1| =$ $\boxed{x - 1}$

$x < 1$ のとき　$|x - 1| =$ $\boxed{-x + 1}$

問 3 の解答

$x = -1$ のとき　$|x + 1| =$ $\boxed{x + 1}$

$x < -1$ のとき　$|x + 1| =$ $\boxed{-x - 1}$



＜ 16 ページ. 絶対値のグラフ 2 ＞

問 1 の解答

(1)

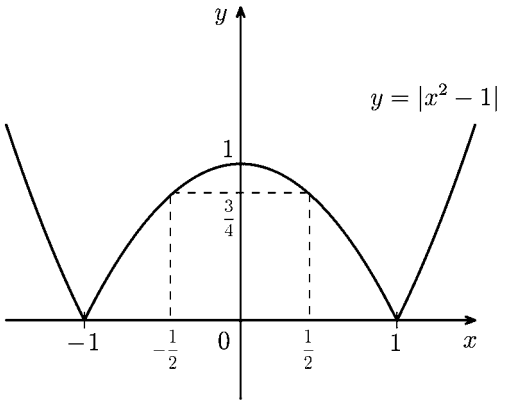
x	-2	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	3	0	$\frac{3}{4}$	1	$\frac{3}{4}$	0	3

(2) x = 1　　のとき　$|x^2-1|$ = x^2-1

$-1 < x < 1$ のとき $|x^2-1|$ = $-x^2+1$

x 5 -1　　のとき　$|x^2-1|$ = x^2-1

(3)



問 2 の解答

(1)

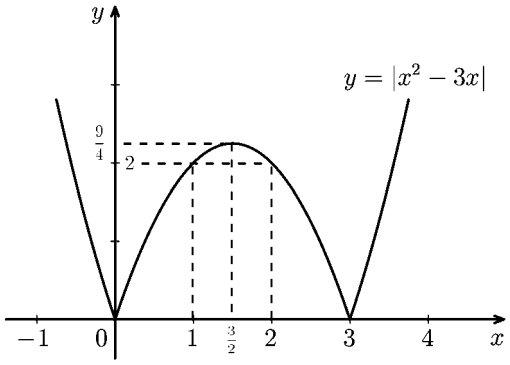
x	-1	0	1	2	3	4
y	4	0	2	2	0	4

(2) x = 1　　のとき $|x^2-3x|$ = x^2-3x

$0 < x < 3$ のとき $|x^2-3x|$ = $-x^2+3x$

x 5 0　　のとき　$|x^2-3x|$ = x^2-3x

(3)



問 3 の解答

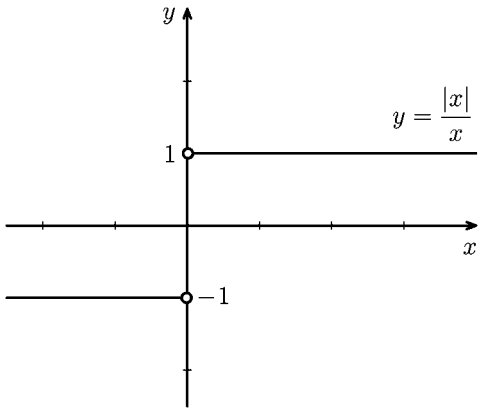
(1)

x	-2	-1	-0.5	0	0.5	1	2
y	-1	-1	-1		1	1	1

(2) $x > 0$ のとき $\frac{|x|}{x}$ = 1

$x < 0$ のとき $\frac{|x|}{x}$ = -1

(3)



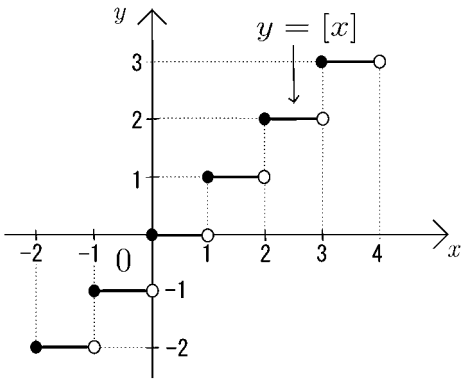
＜ 17 ページ. ガウス記号 ＞

問 1 の解答

(1)　1　　(2)　9　　(3)　0

(4)　-1　　(5)　-4　　(6)　-10

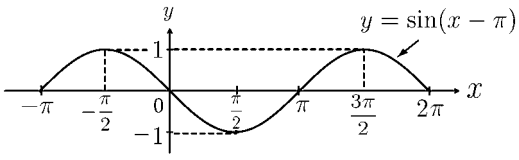
問 2 の解答



＜ 18 ページ. 関数のグラフ 1 ＞

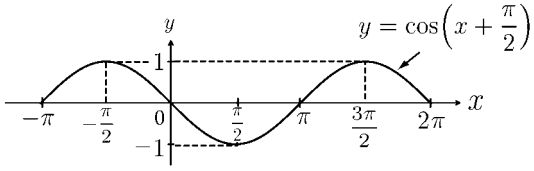
問の解答

(1) $y = \sin(x - \pi)$



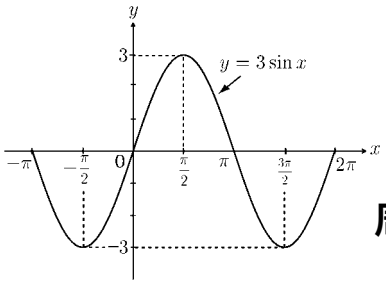
周期 2π

(2) $y = \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right)$



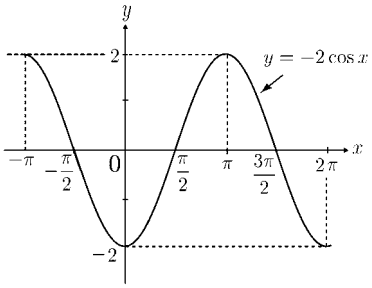
周期 2π

(3) $y = 3\sin x$



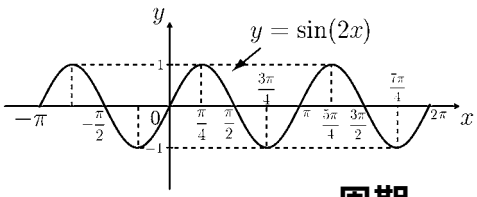
周期 2π

(4) $y = -2\cos x$



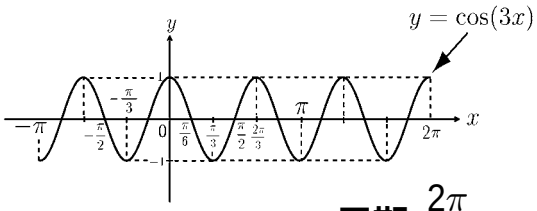
周期 2π

(5) $y = \sin(2x)$



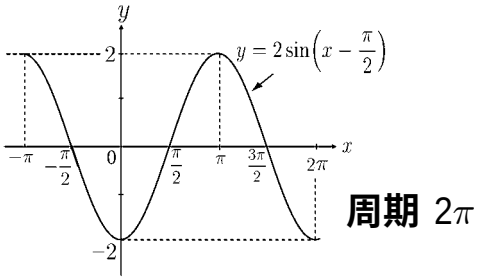
周期 π

(6) $y = \cos(3x)$



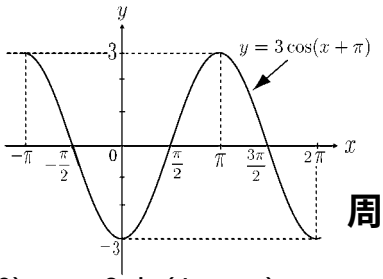
周期 $\frac{2\pi}{3}$

(7) $y = 2\sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$



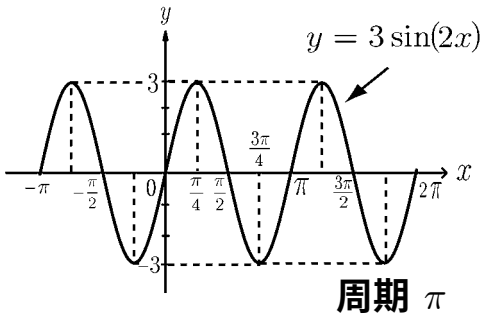
周期 2π

(8) $y = 3\cos(x + \pi)$



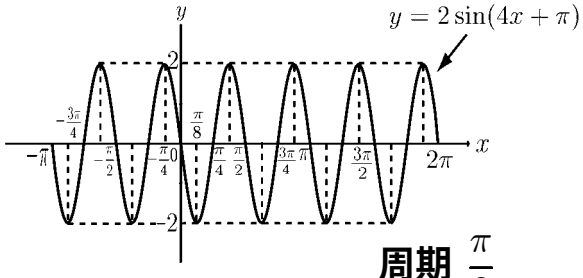
周期 2π

(9) $y = 3\sin(2x)$



周期 π

(10) $y = 2\sin(4x + \pi)$



周期 $\frac{\pi}{2}$

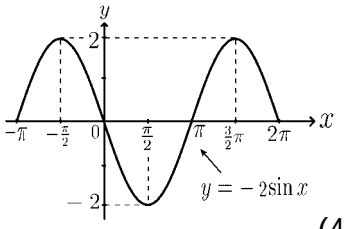
< 19 ページ. 関数のグラフ 2 >

問の解答

(1) $y = -2\sin x$

定義域 実数全体

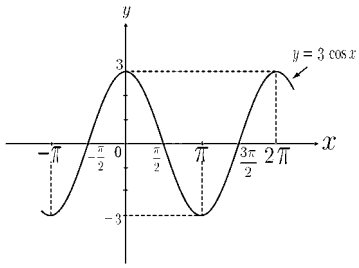
値域 $-2 \leqq y \leqq 2$



(2) $y = 3\cos x$

定義域 実数全体

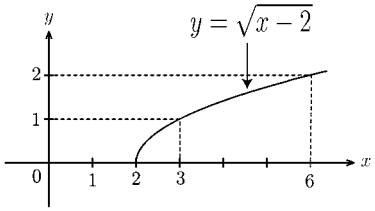
値域 $-3 \leqq y \leqq 3$



(3) $y = \sqrt{x-2}$

定義域 $x = 2$

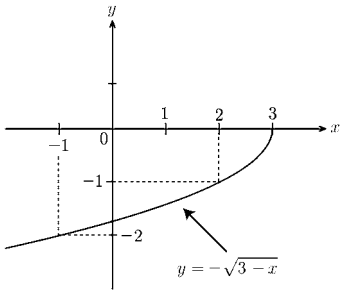
値域 $y = 0$



(4) $y = -\sqrt{3-x}$

定義域 $x \leqq 3$

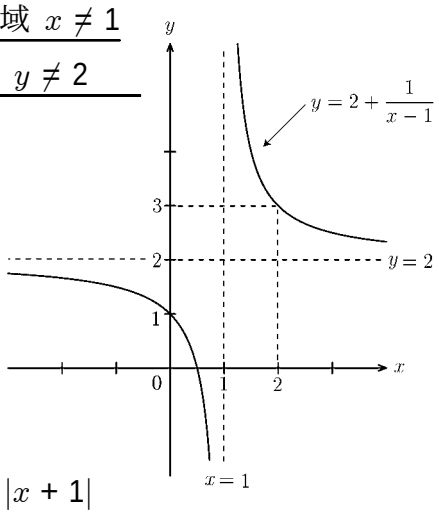
値域 $y \leqq 0$



(5) $y = 2 + \dfrac{1}{x-1}$

定義域 $x \neq 1$

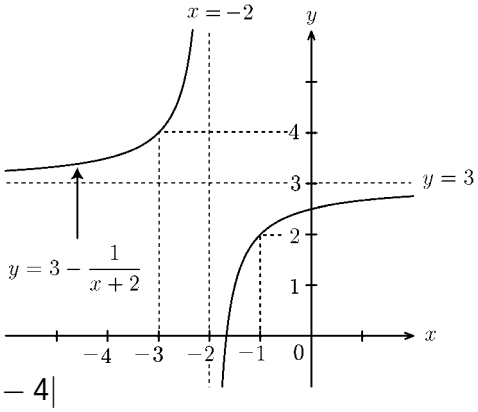
値域 $y \neq 2$



(6) $y = 3 - \dfrac{1}{x+2}$

定義域 $x \neq -2$

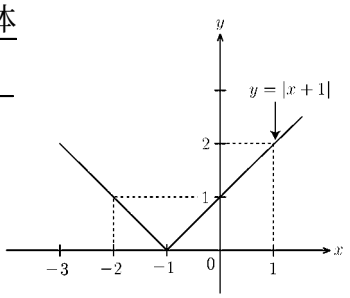
値域 $y \neq 3$



(7) $y = |x+1|$

定義域 実数全体

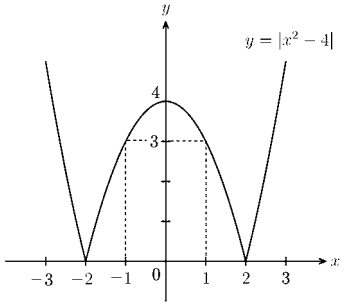
値域 $y \geqq 0$



(8) $y = |x^2 - 4|$

定義域 実数全体

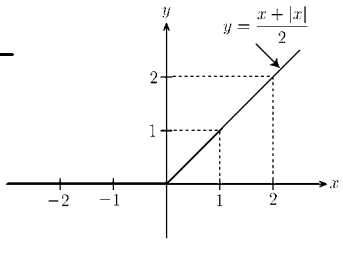
値域 $y \geqq 0$



(9) $y = \dfrac{x + |x|}{2}$

定義域 実数全体

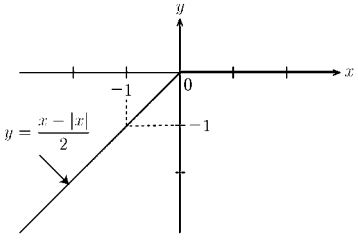
値域 $y \geqq 0$



(10) $y = \dfrac{x - |x|}{2}$

定義域 実数全体

値域 $y \leqq 0$



< 20 ページ. 定義域の制限 >

問の解答

(1) $y = 1$

(2) $y = 2$

(3) $y = 0$

(4) $y = 1$

(5) $0 \leq y \leq 1$

(6) $\frac{1}{2} \leq y \leq 1$

＜ 21 ページ. 単調関数 ＞

問の解答

(1) 単調増加

(2) 単調でない

(3) 単調減少

(4) 単調でない

(5) 単調でない

(6) 単調増加

< 22 ページ. 逆関数 1 >

問の解答

(1) $b = f(a) = 3a - 2$

$$\Downarrow$$

$$3a = b + 2$$

$$a = \frac{b+2}{3} = f^{-1}(b)$$

$$\Downarrow$$

$$f^{-1}(b) = \frac{b+2}{3}$$

(2) $f(a) = \frac{1}{a} + 2 = b$

$$\Downarrow$$

$$\frac{1}{a} = b - 2$$

$$a = \frac{1}{b-2} = f^{-1}(b)$$

$$\Downarrow$$

$$f^{-1}(b) = \frac{1}{b-2}$$

(3) $f(a) = \sqrt{a} = b$

$$\Downarrow$$

$$b^2 = a = f^{-1}(b)$$

$$\Downarrow$$

$$f^{-1}(b) = b^2$$

< 23 ページ. 逆関数 2 >

問の解答

(1) $y = 3x + 2$

$\Downarrow$

$3x = y - 2$

$\Downarrow$

$x = \dfrac{y-2}{3}$

$\Downarrow$

$y = \dfrac{x-2}{3}$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = \dfrac{x-2}{3}$

(2) $y = \dfrac{1}{x-1} \quad \begin{matrix} x > 1 \\ y > 0 \end{matrix}$

$\Downarrow$

$x - 1 = \dfrac{1}{y} \quad \begin{matrix} x > 1 \\ y > 0 \end{matrix}$

$\Downarrow$

$x = \dfrac{1}{y} + 1 \quad \begin{matrix} x > 1 \\ y > 0 \end{matrix}$

$\Downarrow$

$y = \dfrac{1}{x} + 1 \quad \begin{matrix} y > 1 \\ x > 0 \end{matrix}$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x} + 1 \quad (x > 0)$

(3) $y = \sqrt[3]{x} \quad (x = 0,\ y = 0)$

$\Downarrow$

$y^3 = x \quad (x = 0,\ y = 0)$

$\Downarrow$

$x^3 = y \quad (y = 0,\ x = 0)$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = x^3 \quad (x = 0)$

< 24 ページ. 逆関数 3 >

問の解答

$f(x) = (x+1)^2 = y \quad (x = -1,\ y = 0)$

$\Downarrow$

$x + 1 = \sqrt{y} \quad (x = -1,\ y = 0)$

$x \longleftrightarrow y \ \Downarrow$

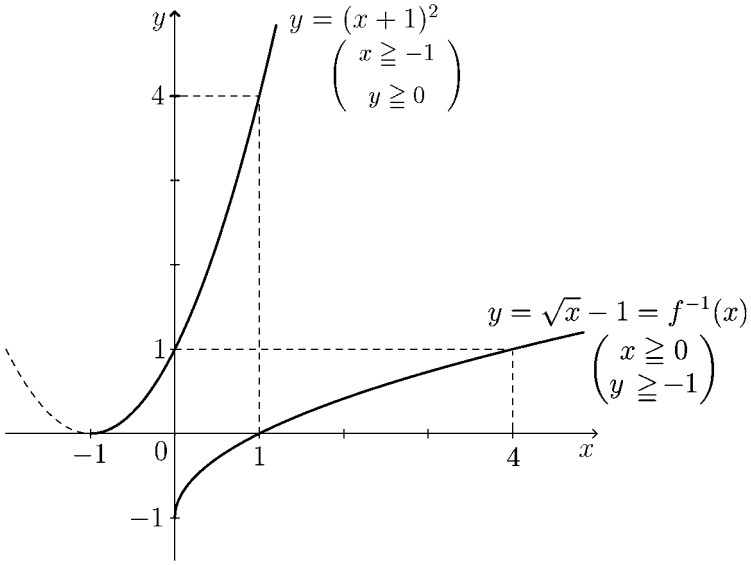
$y + 1 = \sqrt{x} \quad (x = 0,\ y = -1)$

$\Downarrow$

$y = \sqrt{x} - 1 \quad (x = 0)$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x} - 1 \quad (x = 0)$



< 25 ページ. 逆関数 4 >

問の解答

(1) $y = \dfrac{1}{x-1}$ $(x \neq 1\ ,\ y \neq 0)$

$\Downarrow$

$x - 1 = \dfrac{1}{y}$

$\Downarrow$

$x = \dfrac{1}{y} + 1$ $(x \neq 1\ ,\ y \neq 0)$

$\Downarrow (x \longleftrightarrow y)$

$y = \dfrac{1}{x} + 1$ $(y \neq 1\ ,\ x \neq 0)$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = \dfrac{1}{x} + 1$ (定義域 $x \neq 0$)

(2) $y = x^2 - 1$ $(x = 0\ ,\ y = -1)$

$\Downarrow$

$y + 1 = x^2$

$\Downarrow$

$\sqrt{y+1} = x$ $(x = 0\ ,\ y = -1)$

$\Downarrow (x \longleftrightarrow y)$

$y = \sqrt{x+1}$ $(y = 0\ ,\ x = -1)$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = \sqrt{x+1}$ (定義域 $x = -1$)

(3) $y = \sqrt{x-2}$ $(x = 2\ ,\ y = 0)$

$\Downarrow$

$y^2 = x - 2$

$\Downarrow$

$x = y^2 + 2$ $(x = 2\ ,\ y = 0)$

$\Downarrow (x \longleftrightarrow y)$

$y = x^2 + 2$ $(y = 2\ ,\ x = 0)$

$\Downarrow$

$f^{-1}(x) = x^2 + 2$ (定義域 $x = 0$)

< 26 ページ. 逆関数 5 >

問の解答

(1) $y = \sqrt{x-1}$　　($x = 1$, $y = 0$)

$\Downarrow$

$y^2 = x - 1$　　($x = 1$, $y = 0$)

$\Downarrow$

$x = y^2 + 1$　　($x = 1$, $y = 0$)

$\Downarrow (x \longleftrightarrow y)$

$y = x^2 + 1$　　($y = 1$, $x = 0$)

(答) 逆関数は $y = x^2 + 1$ であり, その定義域は $x = 0$ である

(2) $y = 3^x$　　($y > 0$, x は実数全体)

$\Downarrow$

$\log_3 y = \log_3(3^x) = x$　　($y > 0$, x は実数全体)

$\Downarrow (x \longleftrightarrow y)$

$y = \log_3 x$　　($x > 0$, y は実数全体)

(答) 逆関数は $y = \log_3 x$ であり, その定義域は $x > 0$ である

(3) $y = \log_2 x$　　($x > 0$, y は実数全体)

$\Downarrow$

$2^y = x$　　($x > 0$, y は実数全体)

$\Downarrow (x \longleftrightarrow y)$

$y = 2^x$　　($y > 0$, x は実数全体)

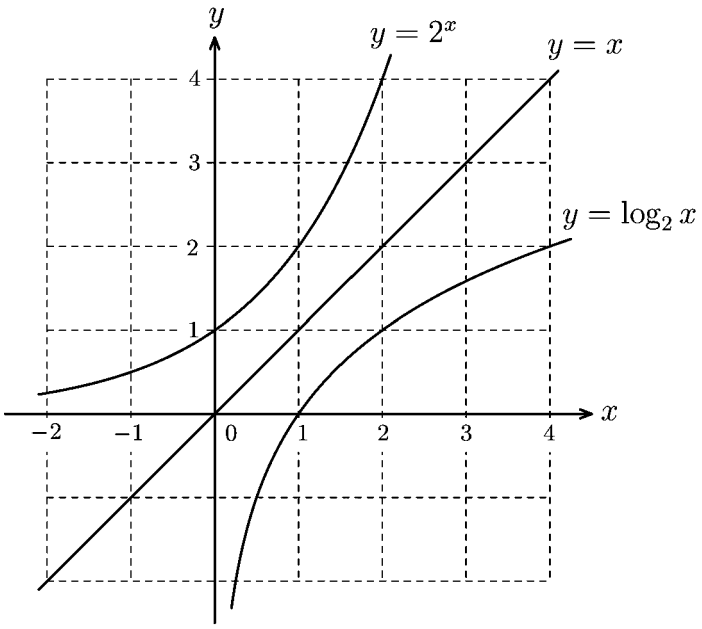
(答) 逆関数は $y = 2^x$ であり, その定義域は実数全体である

< 27 ページ. 逆関数 6 >

問の解答

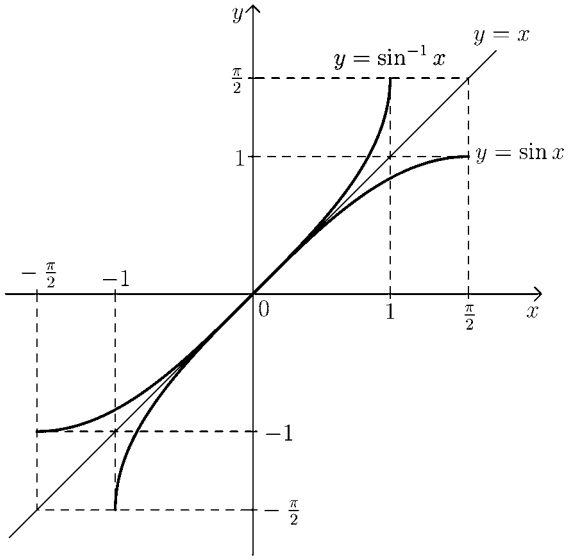
$f(x)$ = 2^x (定義域は実数全体)

$f^{-1}(x)$ = $\log_2 x$ (定義域は $x > 0$)



< 28 ページ. 逆三角関数 1 >

問 1 の解答



問 2 の解答

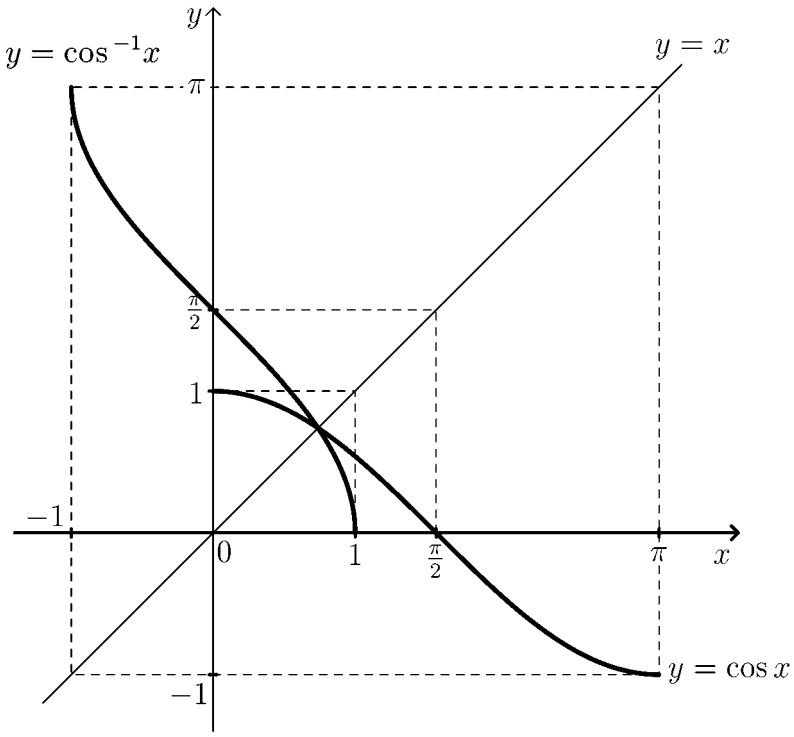
θ	$-\frac{\pi}{2}$	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\theta$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

問 3 の解答

(1) $\dfrac{\pi}{4}$　　(2) $-\dfrac{\pi}{3}$　　(3) $-\dfrac{\pi}{6}$

＜ 29 ページ. 逆三角関数 2 ＞

問 1 の解答



問 2 の解答

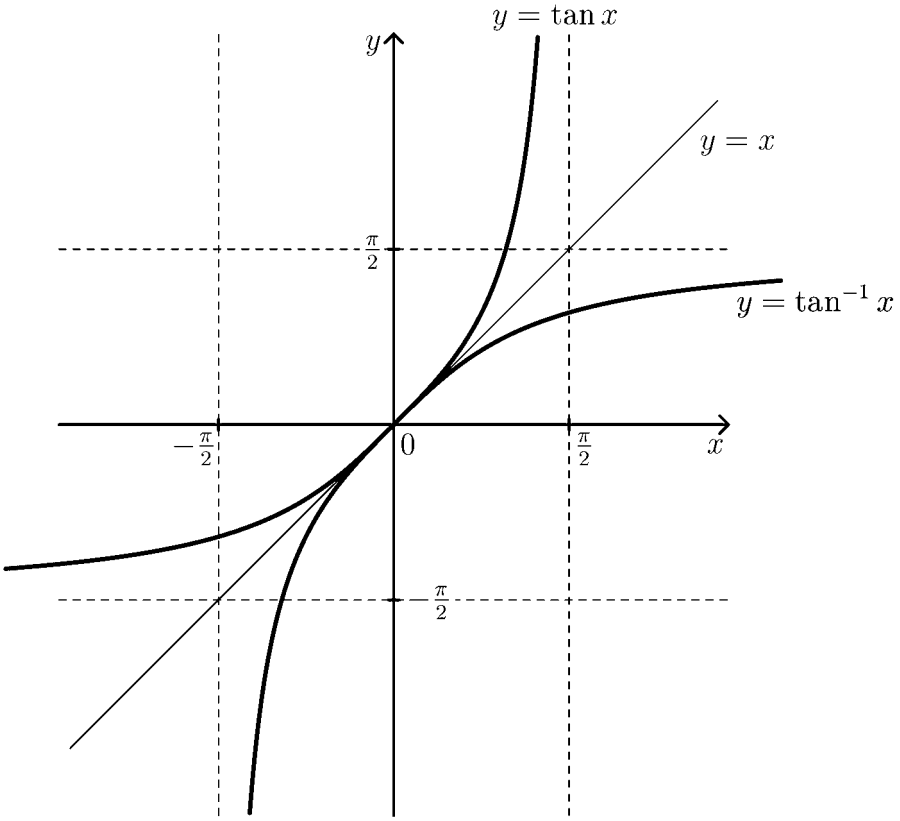
θ	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π
$\cos\theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1

問 3 の解答

(1) $\dfrac{\pi}{6}$　　(2) $\dfrac{3\pi}{4}$　　(3) $\dfrac{2\pi}{3}$

＜ 30 ページ. 逆三角関数 3 ＞

問 1 の解答



問 2 の解答

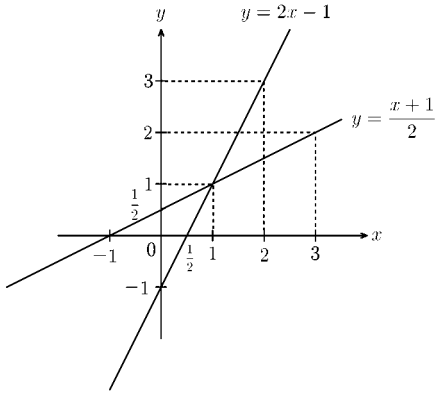
θ	$-\frac{\pi}{3}$	$-\frac{\pi}{4}$	$-\frac{\pi}{6}$	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$
$\tan\theta$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

問 3 の解答

(1) $\dfrac{\pi}{4}$　　(2) $\dfrac{\pi}{6}$　　(3) $-\dfrac{\pi}{3}$

< 31 ページ. 逆関数の練習 >

問 1 の解答

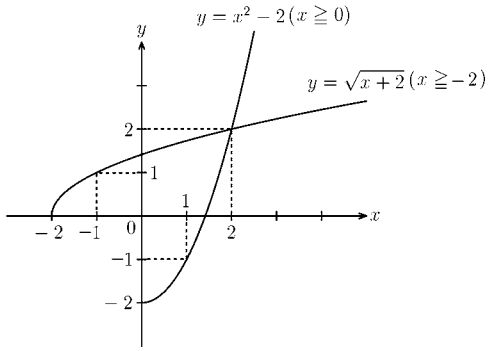


(1) $y = 2x - 1$

$2x = y + 1$

$x = \dfrac{y+1}{2}$

逆関数は $y = \dfrac{x+1}{2}$



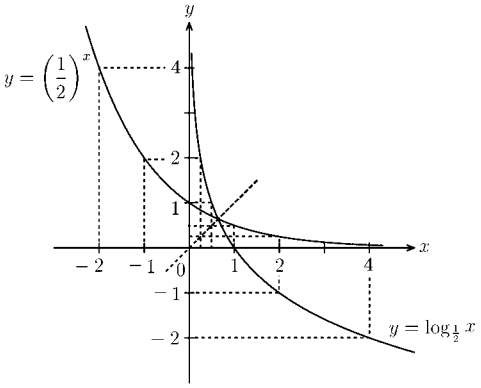
(2) $y = x^2 - 2$　(定義域　$x = 0$)

$\Downarrow$

$x = \sqrt{y+2}$　$(y = -2,\ x = 0)$

$\Downarrow$

逆関数 $y = \sqrt{x+2}$　(定義域は $x = -2$)



(3) $y = \log_{\frac{1}{2}} x$　(定義域　$x > 0$)

$\Downarrow$

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^y = x$　$(x > 0,\ y$: 実数全体)

$\Downarrow$

逆関数 $y = \left(\dfrac{1}{2}\right)^x$　(定義域は実数全体)

問 2 の解答

(1) $\sin^{-1}\dfrac{1}{2} = \dfrac{\pi}{6}$

(2) $\cos^{-1}\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{2\pi}{3}$

(3) $\tan^{-1}\sqrt{3} = \dfrac{\pi}{3}$

(4) $\arcsin\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

$= \sin^{-1}\dfrac{\sqrt{2}}{2} = \dfrac{\pi}{4}$

(5) $\arccos\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

$= \cos^{-1}\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{\pi}{6}$

(6) $\arctan(-1)$

$= \tan^{-1}(-1) = -\dfrac{\pi}{4}$

(7) $\mathrm{cosec}\dfrac{\pi}{3}$

$= \dfrac{1}{\sin\dfrac{\pi}{3}} = \dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}} = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}$

(8) $\sec\dfrac{2}{3}\pi$

$= \dfrac{1}{\cos\dfrac{2}{3}\pi} = \dfrac{1}{-\dfrac{1}{2}} = -2$

(9) $\cot\dfrac{3}{4}\pi$

$= \dfrac{1}{\tan\dfrac{3\pi}{4}} = -1$

＜ 32 ページ. 合成関数 1 ＞

問１の解答

(1) $g(f(x)) = 3x^2 + 3$ ， $f(g(x)) = 9x^2 + 1$

(2) $g(f(x)) = (\tan x) + 2$ ， $f(g(x)) = \tan(x + 2)$

(3) $g(f(x)) = x - 1$ ， $f(g(x)) = \sqrt{x^2 - 1}$

(4) $g(f(x)) = \log_2(x^2 + 2)$ ， $f(g(x)) = (\log_2 x)^2 + 2$

問２の解答

(1) $f(x) = x^2 - x + 2$ ， $g(x) = x^7$

(2) $f(x) = 2x + 3$ ， $g(x) = \cos x$

(3) $f(x) = 1 - x^2$ ， $g(x) = \sqrt{x}$

＜ 33 ページ. 合成関数 2 ＞

問１の解答

(1) $(f \circ g)(x) = 6x - 5$, $(g \circ f)(x) = 6x - 5$

(2) $(f \circ g)(x) = (\cos x)^3 = \cos^3 x$, $(g \circ f)(x) = \cos(x^3)$

(3) $(f \circ g)(x) = x^2 + 3x$, $(g \circ f)(x) = \sqrt{x^4 + 3x^2} = x\sqrt{x^2 + 3}$

(4) $(f \circ g)(x) = 2^{\log_3 x}$, $(g \circ f)(x) = \log_3 2^x = x \log_3 2$

問２の解答

$f^2(x) = 9x - 8$

$f^3(x) = 27x - 26$

問３の解答

(1) $f^{-1}(x) = \dfrac{x + 1}{2}$

(2) $(f^2 \circ f^{-1})(x) = f^2(f^{-1}(x)) = f^2\left(\dfrac{x + 1}{2}\right) = 4\left(\dfrac{x + 1}{2}\right) - 3 = 2x - 1 = f(x)$

$(f^3 \circ f^{-1}) = f^3\left(\dfrac{x + 1}{2}\right) = 8\left(\dfrac{x + 1}{2}\right) - 7 = 4x + 4 - 7 = 4x - 3 = f^2(x)$

＜ 34 ページ. 合成関数 3 ＞

問 1 の解答

(1) $(f \circ g)(x) = (\sqrt{x})^2 = x$ ， $(g \circ f)(x) = \sqrt{x^2} = x$

(2) $(f \circ g)(x) = (\sqrt[3]{x})^3 = x$ ， $(g \circ f)(x) = \sqrt[3]{x^3} = x$

問 2 の解答

(1) 4

(2) 16

(3) 32

(4) x

問 3 の解答

$(f \circ g)(x) = 2^{\log_2 x} = x$

$(g \circ f)(x) = \log_2 (2^x) = x$

問 4 の解答

(1) 3

(2) $3^{\log_3 5} = 5$

(3) $\frac{\pi}{3}$

(4) 1

＜ 35 ページ. 合成関数 4 ＞

問 1 の解答

(1) $y \neq 0$　$f(x) \neq 0$

(2) $y \neq 1$　$f(x) \neq 1$

(3) ① $(f \circ f)(x) = \dfrac{x-1}{x}$　　② $(g \circ f)(x) = x$

(4) $(f^{-1} \circ f)(x) = x = (g \circ f)(x)$ より $f^{-1}(x) = g(x) = \dfrac{x-1}{x}$

(5) $(g \circ g^{-1})(x) = x = (g \circ f)(x)$ より $g^{-1}(x) = f(x) = \dfrac{1}{1-x}$

問 2 の解答

(1) $f(g(x)) = \sin^3 x$　(2) $g(h(x)) = \sin(4x + 5)$　(3) $h(f(x)) = 4x^3 + 5$

(4) $g(f(x)) = \sin(x^3)$　(5) $h(g(x)) = 4(\sin x) + 5$　(6) $f(h(x)) = (4x + 5)^3$

問 3 の解答

(1) $y = (x^2 + 4x + 5)^6$　　$f(x) = x^2 + 4x + 5$,　$g(x) = x^6$

(2) $y = \sin^3\left(3x - \dfrac{\pi}{2}\right)$　　$f(x) = 3x - \dfrac{\pi}{2}$,　$g(x) = \sin x$

(3) $y = \dfrac{1}{(x^2 + 1)^3}$　　$f(x) = x^2 + 1$,　$g(x) = \dfrac{1}{x^3}$

または $f(x) = (x^2 + 1)^3$,　$g(x) = \dfrac{1}{x}$

問 4 の解答

(1) $\sin^{-1}\left(\sin^3 \dfrac{\pi}{3}\right) = \dfrac{\pi}{3}$　　(2) $\tan\left(\tan^{-1}\sqrt{3}\right)^3 = \sqrt{3}$

(3) $\log_3(3^{100}) = 100$　　(4) $4^{\log_4 7} = 7$

＜ 36 ページ. 数列 ＞

問 1 の解答

$a_n = a + (n-1)d$

問 2 の解答

(1) $a_n = 2n - 1$

(2) $a_n = 5 + (n-1) \times 4 = 4n + 1$

問 3 の解答

$a_n = ar^{n-1}$

問 4 の解答

(1) $a_n = 3 \times 2^{n-1}$

(2) $a_n = 4 \times 3^{n-1}$

(3) $a_n = 81 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = 3^{5-n}$

(4) $a_n = 8 \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 2^{4-n} \times (-1)^{n-1}$

(5) $a_n = r^{n-1}$

＜ 37 ページ. 等比数列の和 ＞

問 1 の解答

$$\begin{array}{rl} S = & 5 + 5\times 3 + 5\times 3^2 + \cdots + 5\times 3^{n-2} + 5\times 3^{n-1} \\ -)3S = & \quad 5\times 3 + 5\times 3^2 + \cdots + 5\times 3^{n-2} + 5\times 3^{n-1} + 5\times 3^n \\ \hline -2S = 5 & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - 5\times 3^n \end{array}$$

よって　$S = \dfrac{5 - 5\times 3^n}{-2} = \dfrac{5(3^n - 1)}{2}$

問 2 の解答

$$\begin{array}{rl} S = & a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} \\ -)rS = & \quad ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-2} + ar^{n-1} + ar^n \\ \hline (1-r)S = a & \qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad - ar^n \end{array}$$

よって　$S = \dfrac{a - ar^n}{1 - r} = \dfrac{a(r^n - 1)}{r - 1}$

問 3 の解答

$$S = \frac{1\times(2^n - 1)}{2 - 1} = 2^n - 1$$

問 4 の解答

$$S = \frac{1\left(\left(\frac{1}{2}\right)^n - 1\right)}{\frac{1}{2} - 1} = 2\left(1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n\right) = 2 - \frac{1}{2^{n-1}}$$

＜ 38 ページ. 数列の極限 1 ＞

問の解答

(1) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{4n} = 0$

(2) $\lim_{n\to\infty} \left(2 - \frac{1}{n^2}\right) = 2$

(3) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n + 4}{3n - 1} = \frac{2}{3}$

(4) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n^3} = 0$

(5) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n}} = 0$

(6) $\lim_{n\to\infty} \frac{2n - 3}{4n^2 - 5n + 1} = 0$

＜ 39 ページ. 数列の極限 2 ＞

問 1 の解答

(1) $\lim_{n\to\infty}(n^3 - n^4) = -\infty$

(2) $\lim_{n\to\infty}(n^5 - n^4) = +\infty$

(3) $\lim_{n\to\infty}(4^n - 3^n) = +\infty$

(4) $\lim_{n\to\infty}(4^n - 5^n) = -\infty$

問 2 の解答

(1) $\lim_{n\to\infty} b_n = +\infty$

(2) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{a_n} = 0$

(3) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{b_n} = 0$

(4) $\lim_{n\to\infty} \epsilon \times a_n = +\infty$

＜ 40 ページ. 数列の極限 3 ＞

問の解答

(1) $\lim_{n\to\infty} (1.01)^n = +\infty$

(2) $\lim_{n\to\infty} 3 \times (0.9)^n = 0$

(3) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{3^n}{2^n + 3^n} = 1$

(4) $\lim_{n\to\infty} \dfrac{3^n}{4^n + 3^n} = 0$

＜ 41 ページ. 無限級数 ＞

問の解答

(1) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{3}+\frac{1}{9}+\frac{1}{27}+\cdots+\frac{1}{3^n}\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{3}\left(1-\left(\frac{1}{3}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{3}}=\frac{\frac{1}{3}}{\frac{2}{3}}=\frac{1}{2}$$

(2) $$\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{10}+\left(\frac{1}{10}\right)^2+\left(\frac{1}{10}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)$$

$$=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{10}\left(1-\left(\frac{1}{10}\right)^n\right)}{1-\frac{1}{10}}$$

$$=\frac{\frac{1}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\frac{\frac{1}{10}}{\frac{9}{10}}=\frac{1}{9}$$

< 42 ページ. 無限等比級数 >

問 1 の解答

(1) $\lim_{n\to\infty} r^n = 0$　　, $\lim_{n\to\infty} r^{n+1} = 0$

(2) $S_n = r + r^2 + \cdots + r^n$

$$\begin{array}{rl} & S_n = \ r \ + \ r^2 + \cdots + \ r^n \\ -) & r S_n = \boxed{r^2} + \boxed{r^3} + \cdots + \boxed{r^{n+1}} \\ \hline (\boxed{1} - \boxed{r}\,) & S_n = \quad \boxed{r} \quad - \quad\ \boxed{r^{n+1}} \end{array} \qquad \Longrightarrow \quad S_n = \frac{\boxed{r} - \boxed{r^{n+1}}}{\boxed{1} - \boxed{r}}$$

(3) $S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \dfrac{r - r^{n+1}}{1 - r} = \dfrac{r}{1 - r}$

問 2 の解答

(1) $\lim_{n\to\infty} ar^n = 0$

(2) $S_n = \dfrac{a - ar^n}{1 - r}$

(3) $S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \dfrac{a - ar^n}{1 - r} = \dfrac{a}{1 - r}$

問 3 の解答

(1) $\dfrac{\frac{3}{10}}{1 - \frac{1}{10}} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

(2) $\dfrac{\frac{36}{100}}{1 - \frac{1}{100}} = \dfrac{36}{99} = \dfrac{4}{11}$

(3) $\dfrac{4}{1 - \frac{1}{2}} = \dfrac{4}{\frac{1}{2}} = 8$

＜ 43 ページ. 循環小数 1 ＞

問の解答

(1) $\frac{11}{16} = 0.6875$

(2) $\frac{3}{125} = 0.024$

(3) $\frac{31}{80} = 0.3875$

(4) $\frac{5}{12} = 0.41666\cdots = 0.41\dot{6}$

(5) $\frac{4}{33} = 0.1212121212\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$

(6) $\frac{15}{37} = 0.405405405405\cdots = 0.\dot{4}0\dot{5}$

＜ 44 ページ. 循環小数 2 ＞

問の解答

(1) $0.\dot{5} = 0.5 + 0.5 \times \frac{1}{10} + 0.5 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \cdots = \frac{0.5}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{0.5}{\frac{9}{10}} = \frac{5}{9}$

(2) $0.\dot{9} = 0.9 + 0.9 \times \frac{1}{10} + 0.9 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \cdots = \frac{0.9}{1 - \frac{1}{10}} = 1$

(3) $0.\dot{1}\dot{2} = 0.12 + 0.12 \times \frac{1}{100} + 0.12 + \left(\frac{1}{100}\right)^2 + \cdots = \frac{0.12}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$

(4) $0.\dot{4}\dot{3} = 0.43 + 0.43 \times \frac{1}{100} + 0.43 + \left(\frac{1}{100}\right)^2 + \cdots = \frac{0.43}{1 - \frac{1}{100}} = \frac{43}{99}$

(5) $0.0\dot{9} = 0.09 + 0.09 \times \frac{1}{10} + 0.09 \times \left(\frac{1}{10}\right)^2 + \cdots = \frac{0.09}{1 - \frac{1}{10}} = \frac{1}{10} = 0.1$

< 45 ページ. 小数の表示 >

問１の解答

(1) $0.000\dot{9} = 0.001$

(2) $0.0000\dot{9} = 0.0001$

問２の解答

(1) $9.\dot{9} = 10$

(2) $0.1\dot{9} = 0.2$

(3) $2.78\dot{9} = 2.79$

(4) $5.0123\dot{9} = 5.0124$

< 46 ページ. 関数の極限 >

問の解答

(1) $\lim_{x\to 3}\sqrt{x+1} = 2$

(2) $\lim_{x\to\frac{\pi}{3}}\cos x = \cos\frac{\pi}{3} = \frac{1}{2}$

(3) $\lim_{x\to 0}\sin x = 0$

(4) $\lim_{x\to\frac{1}{2}}\log_2 x = \log_2 2^{-1} = -1$

(5) $\lim_{x\to 0}\frac{x^2-1}{x-1} = 1$

(6) $\lim_{x\to 2}\frac{x^2-x-2}{x+1} = 0$

(7) $\lim_{x\to 1}\frac{x^2-4x+3}{x-1} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(x-3)}{x-1} = \lim_{x\to 1}(x-3) = -2$

(8) $\lim_{x\to -2}\frac{x^2-x-6}{x+2} = \lim_{x\to -2}\frac{(x+2)(x-3)}{x+2} = \lim_{x\to -2}(x-3) = -5$

＜ 47 ページ. 左極限・右極限 1 ＞

問 1 の解答

(1) 10 の左表現 = $9.\dot{9}$　　,　　10 の右表現 = $10.\dot{0}$

(2) 5.3 の左表現 = $5.2\dot{9}$　,　5.3 の右表現 = $5.3\dot{0}$

問 2 の解答

(1) $\lim_{x \to 1-0} [x] = 0$　　(2) $\lim_{x \to 1+0} [x] = 1$

(3) $\lim_{x \to 3-0} [x] = 2$　　(4) $\lim_{x \to 3+0} [x] = 3$

＜ 48 ページ. 左極限・右極限 2 ＞

問 1 の解答

(1) $\lim_{x \to -0} [x] = -1$　　(2) $\lim_{x \to +0} [x] = 0$

問 2 の解答

(1) $\lim_{x \to 2+0} \dfrac{1}{x-2} = +\infty$　　(2) $\lim_{x \to 2-0} \dfrac{1}{x-2} = -\infty$

＜ 49 ページ. 左極限・右極限 3 ＞

問の解答

(1) $\lim_{x \to -0} |x| = 0$, $\lim_{x \to +0} |x| = 0$, $\lim_{x \to 0} |x| = 0$

(2) $\lim_{x \to -0} \dfrac{|x|}{x} = -1$, $\lim_{x \to +0} \dfrac{|x|}{x} = 1$

< 50 ページ. 極限の練習 >

問 1 の解答

(1) $\dfrac{1}{4}+\dfrac{1}{16}+\dfrac{1}{64}+\cdots=\dfrac{\frac{1}{4}}{1-\frac{1}{4}}=\dfrac{1}{3}$

(2) $8+4+2+1+\dfrac{1}{2}+\cdots=\dfrac{8}{1-\frac{1}{2}}=16$

(3) $\dfrac{3}{10}+\dfrac{3}{100}+\dfrac{3}{1000}+\dfrac{3}{10000}+\cdots=\dfrac{\frac{3}{10}}{1-\frac{1}{10}}=\dfrac{1}{3}$

問 2 の解答

(1) $\dfrac{11}{12}=0.916\dot{}$

(2) $\dfrac{5}{9}=0.\dot{5}$

(3) $\dfrac{5}{11}=0.\dot{4}\dot{5}$

(4) $\dfrac{3}{7}=0.\dot{4}28571\dot{}$

問 3 の解答

(1) $0.\dot{7}=0.777\cdots=\dfrac{0.7}{1-0.9}=\dfrac{7}{9}$

(2) $0.\dot{1}\dot{3}=0.13131313\cdots=\dfrac{0.13}{1-0.01}=\dfrac{13}{99}$

(3) $0.12\dot{}=0.1222\cdots=0.1+\dfrac{0.02}{1-0.1}=\dfrac{11}{90}$

(4) $2.\dot{3}=2.3333\cdots=2+\dfrac{0.3}{1-0.1}=\dfrac{7}{3}$

問 4 の解答

$\lim_{x\to+0} f(x)=+\infty$, $\lim_{x\to-0} f(x)=-\infty$, $\lim_{x\to 0} f(x)=$ 存在しない

$\lim_{x\to a+0} f(x)=0$, $\lim_{x\to a-0} f(x)=0$, $\lim_{x\to a} f(x)=0$

$\lim_{x\to b+0} f(x)=q$, $\lim_{x\to b-0} f(x)=s$, $\lim_{x\to b} f(x)=$ 存在しない

$\lim_{x\to c+0} f(x)=p$, $\lim_{x\to c-0} f(x)=p$, $\lim_{x\to c} f(x)=p$