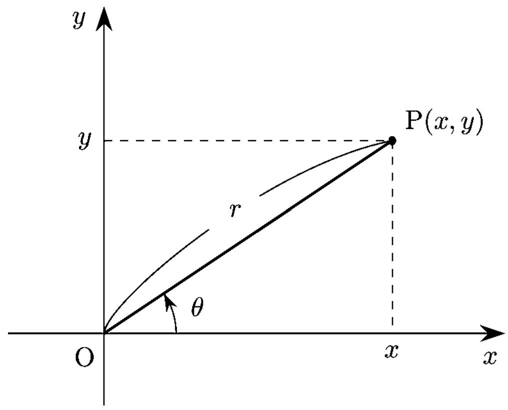
＜平面座標の三角関数表示＞



座標平面上の原点以外の任意の点を $\mathrm{P}(x, y)$ とする。点 P と原点 O との距離を r とすると

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

である。動径 OP の表す角の１つを θ とする。三角関数の定義より

$$\frac{y}{r} = \sin\theta \quad , \quad \frac{x}{r} = \cos\theta$$

であるから

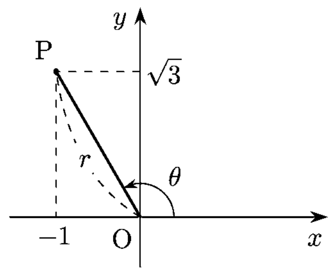
$$y = r\sin\theta \quad , \quad x = r\cos\theta$$

より

$$\boxed{(x, y) = (r\cos\theta, r\sin\theta)} \text{ (三角関数表示)}$$

と表される。$(r\cos\theta, r\sin\theta)$ を点 (x, y) の三角関数表示ということにする。

(注) r は原点からの距離であるので正の数である。角 θ は負の角でもよい。
$-180^\circ < \theta \leqq 180^\circ$ とする場合が多い。

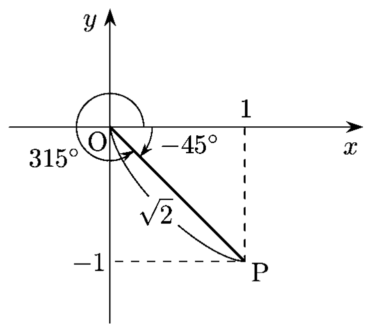


例１ 点 $\mathrm{P}(-1, \sqrt{3})$ を三角関数表示する。

$r = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = 2 \quad ,$

$\sin\theta = \dfrac{y}{r} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \quad , \quad \cos\theta = \dfrac{x}{r} = -\dfrac{1}{2}$ より $\theta = 120^\circ$

よって　$\underline{(-1, \sqrt{3}) = (2\cos 120^\circ, 2\sin 120^\circ)}$



例２ 点 $\mathrm{P}(1, -1)$ を三角関数表示する。

右図より　$\underline{(1, -1) = \left(\sqrt{2}\cos 315^\circ, \sqrt{2}\sin 315^\circ\right)}$

または　$\underline{= \left(\sqrt{2}\cos(-45^\circ), \sqrt{2}\sin(-45^\circ)\right)}$

(注) 三角関数表示が正しいかどうかは，三角関数の値を代入して元の座標になるかどうかを確かめればよい。

問 次の座標を三角関数表示せよ。

(1) $(\sqrt{3}, 1)$　　　　(2) $(-2, 2)$

(3) $(-\sqrt{3}, -3)$　　　　(4) $(3, -3)$