高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2001年度版)

秋期入学者用

I

解答

＜数の表示＞(1ページ)

問の解答

(1) $7 \times 8 + 7 = 56 + 7 = (63)_{10}$

(2) $4 \times 8^3 + 3 \times 8^2 + 1 \times 8 + 2 = (2250)_{10}$

(3) $1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2 + 0 = (10)_{10}$

(4) $1 + 2 + 2^2 + 2^3 + 2^4 = (31)_{10}$

< 数の分類 > (2 ページ)

問の解答

(1) 0.75

(2) $\dfrac{1}{3} = 0.333\cdots = 0.\dot{3}$

(3) $0.121212\cdots = 0.\dot{1}\dot{2}$

(4) $0.011011011\cdots = 0.\dot{0}1\dot{1}$

＜ 文字式の計算 1 ＞ (5ページ)

問の解答

(1) $x^2 + 3x$

(2) $2a^2b - 3ab$

(3) $\dfrac{x \times y \times x}{y} = x^2$

(4) $a + ab + 2a = 3a + ab$

(5) $2y - 3x + \dfrac{4xy}{x} = 6y - 3x$

(6) $\dfrac{acb}{bac} = 1$

(7) $\dfrac{2xy^2 \times 9x^2y}{6x^2y^3} = 3x$

(8) $\dfrac{6abc \times 2a^2b^2c^2}{8a^2b^3c^4} = \dfrac{3a}{2c}$

< 文字式の計算 2 > (6 ページ)

問の解答

(1) $a^2 - b^2$

(2) $a^2 - 2ab + b^2$

(3) $a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

(4) $a^3 - b^3$

(5) $a^3 + b^3$

(6) $a^2 + b^2 + c^2 - 2ab - 2ac + 2bc$

＜ 文字式の計算 3 ＞ (7ページ)

問１の解答

(1) $\dfrac{2x-3y}{2y}$

(2) $\dfrac{bx+ay}{ax}$

(3) $\dfrac{2b}{3a}+\dfrac{2d}{3c}=\dfrac{2bc+2ad}{3ac}$

(4) $\dfrac{ayz+bxz+cxy}{xyz}$

問２の解答

(1) $\dfrac{b}{a}$

(2) xy

(3) $\dfrac{a-b}{\frac{b-a}{ab}}=-ab$

(4) $\dfrac{c}{\frac{b+a}{ab}}=\dfrac{abc}{a+b}$

(5) $\dfrac{x\,(1+x)}{x+1}=x$

(6) $\dfrac{\frac{1}{abc}}{\frac{bc+ac+ab}{abc}}=\dfrac{1}{bc+ac+ab}$

＜ 整式 2 ＞ (9ページ)

問の解答

(1) $-x^2+3x+2+3x^2-2x+3=2x^2+x+5$

(2) $x^2-2x+6+x^2-3x-5=2x^2-5x+1$

(3) $x-x^3$

(4) $2x^2-3x+2x-3=2x^2-x-3$

＜ 整式 3 ＞ (10 ページ)

問の解答

(1) x^2+4x+4

(2) x^2-4x+4

(3) $x^2+2ax+a^2$

(4) $x^2-2ax+a^2$

(5) x^2-a^2

(6) $x^2+(a+b)\,x+ab$

(7) $x^2+(a-b)\,x-ab$

(8) $x^3+3x^2a+3xa^2+a^3$

(9) $x^3-3ax^2+3a^2x-a^3$

(10) $acx^2+(ad+bc)\,x+bd$

(11) $acx^2+(bc-ad)\,x-bd$

(12) $acx^2-(ad+bc)\,x+bd$

(13) x^3-a^3

(14) x^3+a^3

(15) $(x^2-1)\,(x^2+1)=x^4-1$

(16) $(x^2-a^2)\,(x^2+a^2)=x^4-a^4$

< 因数分解 > (11 ページ)

問の解答

(1) $(x+2)^2$

(2) $(x+1)(x+3)$

(3) $(x-8)(x+8)$

(4) $(2x+3)(x+7)$

(5) $(x-4)(x^2+4x+16)$

(6) $(x+3)^3$

(7) $(x-a)^2$

(8) $(x+a)(x-b)$

(9) $(x-a)(x-b)$

(10) $(ax-b)(cx-d)$

(11) $(x+a)(x^2-ax+a^2)$

(12) $(x-a)^3$

< 整式の除法 > (12 ページ)

問の解答

(1) $x+1-\dfrac{1}{x+1}$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+1\,\overline{)\,x^2+2x} \\ \underline{x^2+\ x} \\ x \\ \underline{x+1} \\ -1 \end{array}$$

(2) $x+1+\dfrac{1}{x+2}$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x+2\,\overline{)\,x^2+3x+3} \\ \underline{x^2+2x} \\ x+3 \\ \underline{x+2} \\ 1 \end{array}$$

(3) $3x+2+\dfrac{4}{x-1}$

$$\begin{array}{r} 3x+2 \\ x-1\,\overline{)\,3x^2-\ x+2} \\ \underline{3x^2-3x} \\ 2x+2 \\ \underline{2x-2} \\ 4 \end{array}$$

(4) $x^2+5x+2+\dfrac{9}{x-2}$

$$\begin{array}{r} x^2+5x+2 \\ x-2\,\overline{)\,x^3+3x^2-\ 8x+5} \\ \underline{x^3-2x^2} \\ 5x^2-\ 8x \\ \underline{5x^2-10x} \\ 2x+5 \\ \underline{2x-4} \\ 9 \end{array}$$

< 平方根 1 > (13ページ)

問 1 の解答

(1) 13

(2) $\frac{1}{2}$

(3) $0.2 = \frac{1}{5}$

問 2 の解答

(1) $\sqrt{2 \times 3 \times 2^3 \times 3} = \sqrt{2^4 \times 3^2} = 2^2 \times 3 = 12$

(2) $3\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 12 \times 2 = 24$

(3) $6\sqrt{3}$

(4) $7\sqrt{3}$

問 3 の解答

(1) $\sqrt{36} = 6$

(2) 7

(3) $\sqrt{\frac{300}{12}} = \sqrt{25} = 5$

(4) $\sqrt{\frac{6 \times 8}{3}} = \sqrt{16} = 4$

< 平方根 2 > (14 ページ)

問 1 の解答

(1) $1+2\sqrt{2}+2=3+2\sqrt{2}$

(2) $2+2\sqrt{6}+3=5+2\sqrt{6}$

(3) $3-4\sqrt{3}+2^2=7-4\sqrt{3}$

(4) $6-2\sqrt{12}+2=8-4\sqrt{3}$

(5) $5-2=3$

(6) $3^2-\left(\sqrt{2}\right)^2=9-2=7$

問 2 の解答

(1) $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

(2) $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$

(3) $\dfrac{6\sqrt{2}}{2}=3\sqrt{2}$

(4) $\dfrac{4\sqrt{6}}{6}=\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$

(5) $\dfrac{6\sqrt{12}}{12}=\dfrac{\sqrt{12}}{2}=\sqrt{3}$

問 3 の解答

(1) $\dfrac{1\times\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=\sqrt{3}-\sqrt{2}$

(2) $\dfrac{3+\sqrt{8}}{\left(3-\sqrt{8}\right)\left(3+\sqrt{8}\right)}=\dfrac{3+2\sqrt{2}}{9-8}=3+2\sqrt{2}$

(3) $\dfrac{2\left(2-\sqrt{2}\right)}{\left(2+\sqrt{2}\right)\left(2-\sqrt{2}\right)}=\dfrac{2\left(2-\sqrt{2}\right)}{4-2}=2-\sqrt{2}$

(4) $\dfrac{-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)}=-\dfrac{3-2\sqrt{6}+2}{3-2}=-\left(5-2\sqrt{6}\right)=-5+2\sqrt{6}$

< 2次方程式 > (15ページ)

問の解答

(1) $(x-2)(x+4)=0$

$\underline{x=2, \text{または} x=-4}$

(2) $(3x+1)(x-1)=0$

$\underline{x=-\frac{1}{3}, \text{ または} x=1}$

(3) $(x-6)(x-1)=0$

$\underline{x=1, \text{または} x=6}$

(4) $(2x+1)(x+4)=0$

$\underline{x=-\frac{1}{2}, \text{ または} x=-4}$

(5) $(x-2)(x+1)=0$

$\underline{x=2, \text{または} x=-1}$

(6) $(3x+4)(x-1)=0$

$\underline{x=-\frac{4}{3}, \text{ または} x=1}$

＜ 数列 ＞ (16ページ)

問の解答

(1) $a_1 = 2$, $a_2 = 1$, $a_3 = 0$, $a_4 = -1$

(2) $a_1 = 0$, $a_2 = 2$, $a_3 = 6$, $a_4 = 12$

(3) $a_1 = 3$, $a_2 = \dfrac{3}{2}$, $a_3 = 1$, $a_4 = \dfrac{3}{4}$

(4) $a_1 = 4$, $a_2 = 1$, $a_3 = \dfrac{1}{4}$, $a_4 = \dfrac{1}{16}$

< 等差数列 > (17ページ)

問 1 の解答

$$a_n = a + (n-1)\,d$$

問 2 の解答

$$a_n = 1 + (n-1) \times 2 = 2n - 1$$

＜ 等差数列の和 ＞ (18ページ)

問１の解答

$$\begin{array}{rl} & S = \quad 1 \; + \quad 2 \; + \cdots + (n-1) + \quad n \\ + \;) & S = \quad n \; + (n+1) + \cdots + \quad 2 \; + \quad 1 \\ \hline & 2S = (n+1) + (n+1) + \cdots + (n+1) + (n+1) = (n+1) \times n \end{array}$$

$$2S = (n+1)\,n \quad \Longrightarrow \quad S = \frac{(n+1)\,n}{2} \quad \left(= \frac{n^2+n}{2} \right)$$

問２の解答

$$\begin{array}{rl} & S = \; (n+1) + \; (n+2) + \cdots + (2n-1) + \; 2n \\ + \;) & S = \quad (2n) + (2n-1) + \cdots + \; (n+2) + \; (n+1) \\ \hline & 2S = (3n+1) + (3n+1) + \cdots + (3n+1) + (3n+1) = (3n+1) \times n \end{array}$$

$$2S = (3n+1)\,n \quad \Longrightarrow \quad S = \frac{(3n+1)\,n}{2} \quad \left(= \frac{3n^2+n}{2} \right)$$

< 等比数列 1 > (19 ページ)

問 1 の解答

(1) 初項 $= 3$, 公比 $= 2$

(2) 初項 $= 8$, 公比 $= \dfrac{1}{2}$

(3) 初項 $= 9$, 公比 $= -\dfrac{1}{3}$

(4) 初項 $= -1$, 公比 $= -1$

問 2 の解答

(1) $2,\ 6,\ \boxed{18}\ ,\ 54,\ \boxed{162}$

(2) $8,\ \boxed{-4}\ ,\ \boxed{2}\ ,\ -1$

＜ 等比数列 2 ＞ (20 ページ)

問 1 の解答

$a_n = ar^{n-1}$

問 2 の解答

(1) $a_n = 1 \times 2^{n-1} = 2^{n-1}$

(2) $a_n = 27 \times \left(-\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

＜ 等比数列の和 ＞ (21 ページ)

問１の解答

$$
\begin{array}{rl}
 & S = 5 + 5\times 3 + 5\times 3^2 + \cdots + 5\times 3^{n-2} + 5\times 3^{n-1} \\
-) & 3S = \quad 5\times 3 + 5\times 3^2 + \cdots + 5\times 3^{n-2} + 5\times 3^{n-1} + 5\times 3^n \\
\hline
 & -2S = 5 - 5\times 3^n
\end{array}
$$

$$
S = \frac{5 - 5\times 3^n}{-2} = \frac{5\left(3^n - 1\right)}{2}
$$

問２の解答

$$
\begin{array}{rl}
 & S = a + ar + ar^2 + \cdots\cdots + ar^{n^2} + ar^{n-1} \\
-) & rS = \quad ar + ar^2 + ar^3 + \cdots\cdots + ar^{n-1} + ar^n \\
\hline
 & (1-r)\,S = a - ar^n
\end{array}
$$

$$
S = \frac{a - ar^n}{1 - r} = \frac{a\left(r^n - 1\right)}{r - 1}
$$

＜ 数列の極限 1 ＞ (22ページ)

問の解答

(減少しながら)

$\frac{1}{2}$ に限りなく近づいていく。

＜ 数列の極限 2 ＞ (23ページ)

問の解答

(1) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{1-\frac{1}{n}}{2+\frac{3}{n}}=\frac{1}{2}$

(2) $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{1}{n^2}+\frac{2}{n}+3}{\frac{4}{n}-5}=\frac{3}{-5}=-\frac{3}{5}$

＜関数の極限＞ (24ページ)

問の解答

(1) $\dfrac{0}{2} = 0$

(2) $\displaystyle\lim_{x\to 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = \lim_{x\to 1} \frac{x+1}{1} = 2$

(3) $\displaystyle\lim_{x\to 2} \frac{(x-2)(x^2+2x+4)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x\to 2} \frac{x^2+2x+4}{x+2} = \frac{4+4+4}{2+2} = \frac{12}{4} = 3$

(4) $\displaystyle\lim_{h\to 0} \frac{1-2h+h^2-1}{h} = \lim_{h\to 0} (-2+h) = -2$

＜ 平均の変化率 ＞ (25 ページ)

問 1 の解答

(1) $\dfrac{35-5}{7-1} = \dfrac{30}{6} = 5$

(2) $\dfrac{\frac{49}{8} - \frac{1}{8}}{7-1} = \dfrac{\frac{48}{8}}{6} = 1$

問 2 の解答

(1) $\dfrac{5b-5a}{b-a} = 5$

(2) $\dfrac{\frac{b^2}{b+a} - \frac{a^2}{b+a}}{b-a} = \dfrac{b^2-a^2}{(b+a)(b-a)} = 1$

＜ 微分係数 1 ＞ (26 ページ)

問の解答

(1) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(2+h)-f(2)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(2+h)^3-2^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{8+12h+6h^2+h^3-8}{h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to 0}\left(12+6h+h^2\right)=12$

(2) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{-(-1+h)-\{-(-1)\}}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{1-h-1}{h}=-1$

< 微分係数 2 > (27 ページ)

問の解答

(1) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{(a+h)^3-a^3}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{a^3+3a^2h+3ah^2+h^3-a^3}{h}$

$\displaystyle=\lim_{h\to 0}\left(3a^2+3ah+h^2\right)=3a^2$

(2) $f'(-1)=3$ $\quad f'(0)=0$ $\quad f'(1)=3$ $\quad f'(2)=12$

$<$ 接線の傾き $>$ (28 ページ)

問の解答

(1) $f'(a)=\lim_{h\to0}\dfrac{3(a+h)^2-3a^2}{h}=\lim_{h\to0}\dfrac{3a^2+6ah+3h^2-3a^2}{h}=\lim_{h\to0}(6a+3h)=6a$

$g'(a)=\lim_{h\to0}\dfrac{(a+h)^3-a^3}{h}=3a^2$

(2) $f(-1)=3$　点 $(-1,3)$ における

$f'(-1)=-6$　接線の傾きは -6

− −

$f(1)=3$　点 $(1,3)$ における

$f'(1)=6$　接線の傾きは 6

− −

$g(-1)=-1$　点 $(-1,-1)$ における

$g'(-1)=3$　接線の傾きは 3

− −

$g(1)=1$　点 $(1,1)$ における

$g'(1)=3$　接線の傾きは 3

< 導関数 1 > (29 ページ)

問の解答

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{-(x+h)^2 + x + h - (-x^2 + x)}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} \frac{-x^2 - 2xh - h^2 + x + h + x^2 - x}{h} \\ &= \lim_{h\to 0} (-2x - h + 1) \\ &= -2x + 1 \end{aligned}$$

< 導関数 2 > (30 ページ)

問の解答

(1) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^2-x^2}{h}=\lim_{h\to 0}\frac{x^2+2xh+h^2-x^2}{h}=\lim_{h\to 0}(2x+h)=2x$

(2) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{(x+h)-x}{h}=\lim_{h\to 0}1=1$

(3) $\displaystyle\lim_{h\to 0}\frac{1-1}{h}=\lim_{h\to 0}0=0$

＜パスカルの三角形＞ (31ページ)

問１の解答

(1) $(a+b)^4 = (a+b)(a+b)^3 = (a+b)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)$

$= \boxed{1}\times a^4 + \boxed{4}\times a^3b + \boxed{6}\times a^2b^2 + \boxed{4}\times ab^3 + \boxed{1}\times b^4$

(2) $(a+b)^5 = (a+b)\left(\boxed{1}\times a^4 + \boxed{4}\times a^3b + \boxed{6}\times a^2b^2 + \boxed{4}\times ab^3 + \boxed{1}\times b^4\right)$

$= \boxed{1}\times a^5 + \boxed{5}\times a^4b + \boxed{10}\times a^3b^2 + \boxed{10}\times a^2b^3 + \boxed{5}\times ab^4 + \boxed{1}\times b^5$

問２の解答

$(a+b)^0 = 1$ ····· 1

$(a+b)^1 = 1\times a + 1\times b$ ····· 1　1

$(a+b)^2 = 1\times a^2 + 2\times ab + 1\times b^2$ ····· 1　2　1

$(a+b)^3 = 1\times a^3 + 3\times a^2b + 3\times ab^2 + 1\times b^3$ ····· 1　3　3　1

$(a+b)^4 = \boxed{1}\times a^4 + \boxed{4}\times a^3b + \boxed{6}\times a^2b^2 + \boxed{4}\times ab^3 + \boxed{1}\times b^4$ ····· 1 4 6 4 1

$(a+b)^5 = \boxed{1}\times a^5 + \boxed{5}\times a^4b + \boxed{10}\times a^3b^2 + \boxed{10}\times a^2b^3 + \boxed{5}\times ab^4 + \boxed{1}\times b^5$ 1 5 10 10 5 1

$(a+b)^6 = \boxed{1}\times a^6 + \boxed{6}\times a^5b + \boxed{15}\times a^4b^2 + \boxed{20}\times a^3b^3 + \boxed{15}\times a^2b^4 + \boxed{6}\times ab^5 + \boxed{1}\times b^6$

＜ 導関数 3 ＞ (32 ページ)

問１の解答

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^5 - x^5}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{x^5 + 5x^4h + 10x^3h^2 + 10x^2h^3 + 5xh^4 + h^5 - x^5}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(5x^4 + 10x^3h + 10x^2h^2 + 5xh^3 + h^4\right) = 5x^4 \end{aligned}$$

問２の解答

$$\begin{aligned} f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^6 - x^6}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\frac{x^6 + 6x^5h + 15x^4h^2 + 20x^3h^3 + 15x^2h^4 + 6xh^5 + h^6 - x^6}{h} \\ &= \lim_{h\to 0}\left(6x^5 + 15x^4h + 20x^3h^2 + 15x^2h^3 + 6xh^4 + h^5\right) = 6x^5 \end{aligned}$$

< 導関数 4 > (33 ページ)

問 1 の解答

y	x	x^2	x^3	x^4
y'	1	$2x$	$3x^2$	$4x^3$

$$
\begin{aligned}
(x)' &= \boxed{1} \\
(x^3)' &= \boxed{3x^2} \\
(x^4)' &= \boxed{4x^3}
\end{aligned}
$$

問 2 の解答

nx^{n-1}

問 3 の解答

$$\lim_{h\to 0}\frac{ax+ah+b-ax-b}{h}=\lim_{h\to 0}a=a$$

元の直線の傾きを意味する。

< 導関数 5 > (34 ページ)

問 1 の解答

m

問 2 の解答

0

問 3 の解答

$k \times (x^3)' = k \times 3x^2 = 3kx^2$

問 4 の解答

$k \times (x^n)' = k \times nx^{n-1} = knx^{n-1}$

問 5 の解答

$k \times f'(x)$

< 導関数 6 > (35 ページ)

問 1 の解答

(1) $4x^3 + 5x^4$

(2) $2x - 1$

(3) x

(4) $nx^{n-1} - (n+1)\,x^n$

問 2 の解答

(1) $f'(x) + g'(x)$

(2) $f'(x) - g'(x)$

< 接線の方程式 > (36 ページ)

問 1 の解答

$y = m(x - a) + b$

問 2 の解答

$y' = 1 - 2x, \quad x = 0$ のとき $y' = 1$

接線の方程式は $y = x$

問 3 の解答

$y = f'(a)(x - a) + b$

＜関数の増減 1＞ (37ページ)

問の解答

(1) $y' = 2x + 2$

(2) $y' = x$

頂点 $(-1,\ 0)$

頂点 $\left(0,\ -\dfrac{1}{2}\right)$

＜関数の増減 2＞ (38ページ)

問の解答

(1) $y' = -12 + 3x^2 = 3\,(x^2 - 4)$

$x = -2$ のとき　極大値 $y = 20$
$x = 2$　のとき　極小値 $y = -12$

(2) $y' = 4 - 2x - 6x^2 = -2\,(3x^2 + x - 2) = -2\,(3x - 2)\,(x + 1)$

$x = \dfrac{2}{3}$　のとき　極大値 $y = \dfrac{44}{27}$
$x = -1$ のとき　極小値 $y = -3$

< 最大最小 1 > (39 ページ)

問の解答

$\underline{x = 2 \text{ のとき最大値 } y = 40}$

$\underline{x = 1 \text{ のとき最小値 } y = -4}$

$y' = 24x^3 - 12x^2 - 12x = 12x\left(2x^2 - x - 1\right) = 12x\left(2x + 1\right)\left(x - 1\right)$

＜最大最小 2＞ (40 ページ)

問の解答

x の範囲は、$0 < x < 3a$

$y = (6a - 2x)^2 \times x = 4x^3 - 24ax^2 + 36a^2x$

$y' = 12x^2 - 48ax + 36a^2 = 12\,(x - a)\,(x - 3a)$

$x = a(cm)$ のとき最大容積 $y = 16a^3(cm^3)$ をとる