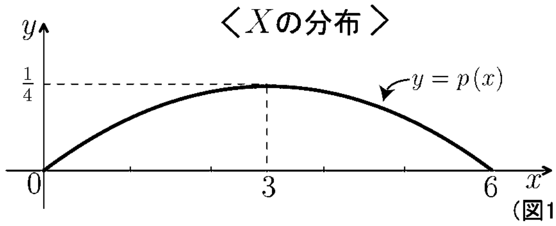
＜連続分布 6＞

前のページの結果から

$$\boxed{X \text{ の密度が } p(x) \quad \Rightarrow \quad \frac{X-m}{\sigma} \text{ の密度は } \sigma p(\sigma x + m)}$$

である。



(図1)

例　確率変数 X の密度関数が

$$p(x) = \begin{cases} \frac{1}{36}x(6-x) & : 0 \leqq x \leqq 6 \\ 0 & : \text{その他} \end{cases}$$

であるとき (図 1)，P28 例より

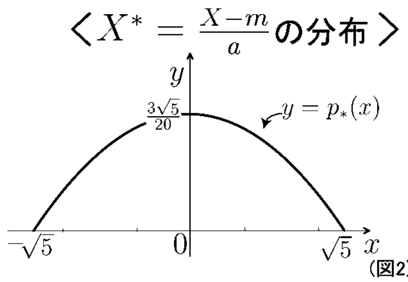
平均 $m = 3$，分散 $v = \frac{9}{5}$，標準偏差 $\sigma = \sqrt{\frac{9}{5}}$

であった。従って標準化された確率変数

$$X^* = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X-3}{\sqrt{\frac{9}{5}}}$$

の密度関数は

$$\begin{aligned} \sigma p(\sigma x + m) &= \sqrt{\tfrac{9}{5}} \times p\left(\sqrt{\tfrac{9}{5}}x + 3\right) \\ &= \sqrt{\tfrac{9}{5}} \times \frac{1}{36}\left(\sqrt{\tfrac{9}{5}}x + 3\right)\left(6 - \left(\sqrt{\tfrac{9}{5}}x + 3\right)\right) \\ &= \frac{3\sqrt{5}}{20}\left(1 - \frac{x^2}{5}\right) \end{aligned}$$



(図2)

で

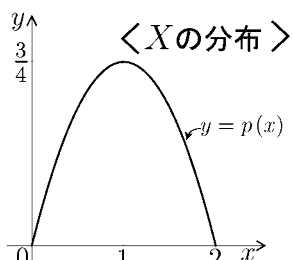
$$X = 0 \text{ のとき } X^* = \frac{0-3}{\sqrt{\frac{9}{5}}} = -\sqrt{5}$$

$$X = 6 \text{ のとき } X^* = \frac{6-3}{\sqrt{\frac{9}{5}}} = \sqrt{5}$$

より X^* の密度関数を $p_*(x)$ とすると

$$p_*(x) = \begin{cases} \frac{3\sqrt{5}}{20}\left(1 - \frac{x^2}{5}\right) & : -\sqrt{5} \leqq x \leqq \sqrt{5} \\ 0 & : \text{その他} \end{cases}$$

となる (図 2)。



(図3)

問　確率変数 X の密度関数が

$$p(x) = \begin{cases} \frac{3}{4}x(2-x) & : 0 \leqq x \leqq 2 \\ 0 & : \text{その他} \end{cases}$$

とする (図 3)。P28 の結果を用いて，m と σ を求め，$X^* = \frac{X-m}{\sigma}$ の密度関数 $p_*(x)$ を求めよ。