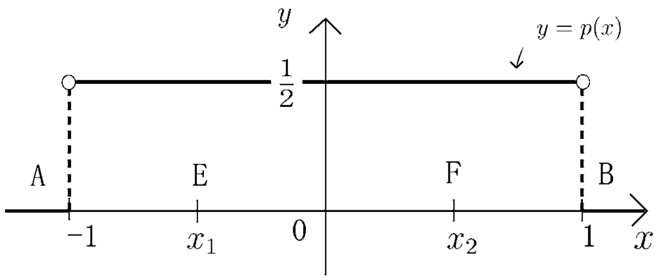
＜連続分布 2＞

例　前ページの例で「線分 AB 内に均一な質量がかかっている」とした。
すなわち AB 間 $(-1<x<1)$ で質量分布の密度関数は定数になる。
AB の全質量を 1 とすると，質量分布の密度関数 $p(x)$ は $-1<x<1$ の範囲で定数である確率密度関数だから (P27問 (1) より)

$$p(x)=\begin{cases}\dfrac{1}{2} & : \quad -1<x<1 \\ 0 & : \quad \text{その他}\end{cases}$$



となる。

今全事象を $U=\{x : -1<x<1\}$ とし，X を弦の x 座標

$$X(x)=x \quad , \qquad (x\in U)$$

とおく。2 点 $\mathrm{E}(x_1,0), \mathrm{F}(x_2,0)(-1<x_1<x_2<1)$ の間に弦が通る確率を

$$P\Big(\{x\in U : x_1<x<x_2\}\Big)=P(x_1<X<x_2)$$

と略記すると，前ページ問より

$$P(x_1<X<x_2)=\frac{x_2-x_1}{2}=\int_{x_1}^{x_2}p(x)dx$$

と表せる。このような時「$p(x)$ を確率変数 X の確率密度関数である」とか,「確率変数 X は密度 $p(x)$ の分布に従う」などという。

問 1　上の例の場合に以下の確率を求めよ。

(1) $P(U)=P(-1<X<1)=$　　　　　　　，(2) $P(-1<X<x_1)=$

(3) $P(x_1<X<1)=$

(4) $P(X=x_1)=P(-1<X<1)-P(-1<X<x_1)-P(x_1<X<1)=$

(5) $P(X=x_2)=$

(6) $P(x_1\leqq X\leqq x_2)=P(X=x_1)+P(x_1<X<x_2)+P(X=x_2)=$

問 2　上の例の場合に $F(x)=P(X\leqq x)$ とおく。
$x\leqq -1$ のとき $F(x)=0$ であり，$x\geqq 1$ のとき $F(x)=1$ である。$-1<x<1$ のとき $F(x)$ を x の式で表し，右図に $y=F(x)$ のグラフを書け。