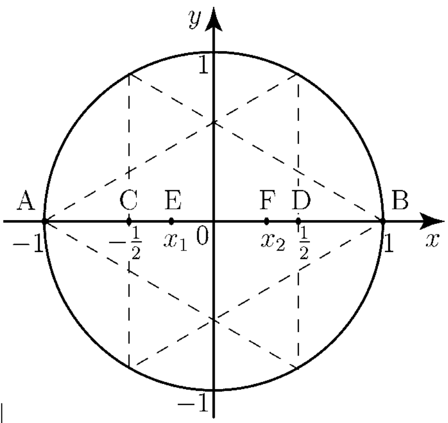
＜連続分布 1＞

前ページの Bertrand の問題では弦は無限個引ける。確率の問題としては「事象」が「無限」にある。有限事象の場合は「各根元事象が同様に確からしい」と仮定するが,「無限事象」の場合は「何が同様に確からしい」かを明確に指定しないと確率は求まらない。

例 前ページ解答 1 では直径 AB 内の各点を通る (AB に垂直な) 弦を同様に確からしいと考えた。つまり AB 内の各点に弦が 1 つ 1 つ対応していて,「AB 内の各点が同様に確からしい」と仮定している。



確率の問題としてこの場合の全事象 U は「AB 内の各点を通る (AB に垂直な) 弦の全体」である。今右図のように座標平面上に 2 点 $\mathrm{A}(-1, 0)$, $\mathrm{B}(1, 0)$ をおく。この場合に全事象 U は $\{$ 線分 AB 内の各点の全体 $\} = \{(x, 0) : -1 < x < 1\}$ と同一視できる。

全事象 U を線分 AB と考えると,「AB 内の各点 (= U の各事象) が同様に確からしい」とはどういうことであろうか?

イメージとしては「線分 AB に均一に質量がかかっている」と考えればよい。逆に「同様に確からしくない」場合のイメージとしては P25 のバットの例や, P26 の問のように「質量の分布が均一でない」場合を考えればよい。

「AB 内の各点が同様に確からしい」場合の確率は,「AB に均一な質量がかかっている」として,「確率」を「質量の割合」で定めればよい。

線分 AB を“ 同じ材質でできた直径一定の円柱状の棒 ”と考えると,“ 棒の重さ ”は“ 棒の長さ ”に比例するから,「確率」を「長さの割合」で考えればよい。

従って線分 CD 内を通る (AB に垂直な) 弦の確率は

$$\frac{\text{CD の長さ}}{\text{AB の長さ}} = \frac{1}{2}$$

である。

問 上の例で線分 AB 内の任意の 2 点を $\mathrm{E}(x_1, 0)$, $\mathrm{F}(x_2, 0)$ $(-1 < x_1 < x_2 < 1)$ とする。線分 EF 内を通る (AB に垂直な) 弦の確率を求めよ。