＜確率密度関数 2＞

平均が $m = \displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x\, p(x)\, dx$ である確率密度関数 $p(x)$ に対し

$$\boxed{v = \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 p(x) dx} \qquad (\text{分散})$$

を $p(x)$ の **分散** といい，v で表す。

例　前ページ例 1 の $p(x)$ に対し，例 2 より $m=3$ であるから

$$\begin{aligned} v &= \int_{-\infty}^{\infty} (x-m)^2 p(x) dx = \int_0^6 (x-3)^2\ \tfrac{1}{36} x(6-x) dx \\ &= \frac{1}{36}\int_0^6 (-x^4 + 12x^3 - 45x^2 + 54x) dx = \frac{1}{36}\left[-\frac{x^5}{5} + 3x^4 - 15x^3 + 27x^2\right]_0^6 \\ &= \frac{1}{36}\left(-\frac{6^5}{5} + 3\times 6^4 - 15\times 6^3 + 27\times 6^2\right) = \frac{9}{5} \end{aligned}$$

問　前ページ問の確率密度関数 $p(x)$ に対し，分散 v を求めよ。

(1)　$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a} & : \quad a \leqq x \leqq b \\ 0 & : \quad \text{その他} \end{cases}$

(2)　$p(x) = \begin{cases} \dfrac{3}{4}x(2-x) & : \quad 0 \leqq x \leqq 2 \\ 0 & : \quad \text{その他} \end{cases}$