＜確率変数の標準化＞

平均 m, 分散 v である確率変数 X に対し，$\sigma = \sqrt{v}$ を**標準偏差**という。
このとき

$$\boxed{X^* = \frac{X-m}{\sigma}} \quad \text{(標準化された確率変数)}$$

とおくと 19 ページ問の結果より

$$E[X^*] = \frac{1}{\sigma}(E[X]-m) = 0 \ , \ \mathrm{V}(X^*) = \left(\frac{1}{\sigma}\right)^2 \times v = 1$$

となる。つまり X^* は平均 0, 分散 1 の確率変数である。X^* を X の標準化された**確率変数**という。

例 1 サイコロを 20 回投げて 1 の出た回数を X とする。
X の分布は二項分布 $\mathrm{B}(20, \frac{1}{6})$ であるから

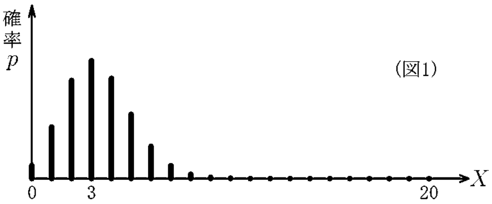
$$m = E[X] = 20 \times \frac{1}{6} = \frac{10}{3} \ , \ v = V(X) = 20 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{9}$$

より標準偏差は $\sigma = \sqrt{v} = \sqrt{\frac{25}{9}} = \frac{5}{3}$

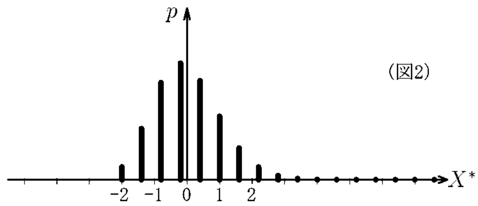
であるから，標準化された確率変数 X^* は

$$X^* = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X - \frac{10}{3}}{\frac{5}{3}} = \frac{3}{5}X - 2$$

となる。図 1 は X の確率分布を棒グラフにしたもので，図 2 は X^* の確率分布である。



(図1)



(図2)

例 2 サイコロを 45 回投げて 1 の目の出た回数を X とする。
X の分布は二項分布 $\mathrm{B}(45, \frac{1}{6})$ だから

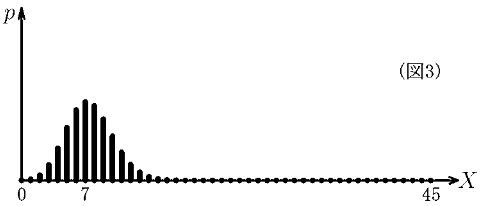
$$m = E[X] = 45 \times \frac{1}{6} = \frac{15}{2} \ , \ v = V(X) = 45 \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{25}{4}$$

より標準偏差は $\sigma = \sqrt{v} = \sqrt{\frac{25}{4}} = \frac{5}{2}$

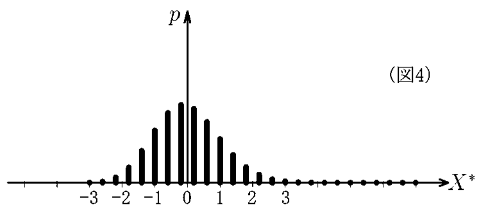
よって標準化された確率変数 X^* は

$$X^* = \frac{X-m}{\sigma} = \frac{X - \frac{15}{2}}{\frac{5}{2}} = \frac{2}{5}X - 3$$

となる。図 3 は X の確率分布を棒グラフにしたもので，図 4 は X^* の確率分布である。



(図3)



(図4)

問 確率変数 X が以下の場合に，平均 m と標準偏差 σ を求め，標準化した確率変数 X^* を X で表せ。

(1) サイコロを 80 回投げて 1 の目の出た回数を X

(2) コインを 100 回投げて表の出た回数を X