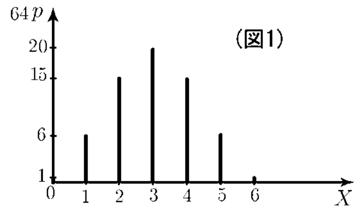
< 確率変数の平均と分散 1 >

(表 1)

X	0	1	2	3	4	5	6	計
確率 p	$\frac{1}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{20}{64}$	$\frac{15}{64}$	$\frac{6}{64}$	$\frac{1}{64}$	1
$64p$	1	6	15	20	15	6	1	64

例 コインを 6 回投げて表の出た回数を X とする。X の確率分布 (表 1) に対し，確率を 64 倍にしたものを棒グラフにしたのが図 1 である。



(図1)

6 ページと同様にして，図 1 の棒グラフの平均 m と分散 v を求める。

$$m=\frac{1}{64}\{0\times1+1\times6+2\times15+3\times20+4\times15+5\times6+6\times1\}=3$$

より平均は $m=3$ である。一方表 1 から X の期待値は

$$E[X]=0\times\frac{1}{64}+1\times\frac{6}{64}+2\times\frac{15}{64}+3\times\frac{20}{64}+4\times\frac{15}{64}+5\times\frac{6}{64}+6\times\frac{1}{64}=3$$

より期待値は $E[X]=3$ である。すなわち，平均と期待値は一致する。そこで X の期待値 $E[X]$ を確率変数 X の**平均**ともいう。

一方分散 v も 6 ページと同様に計算すると

$$v=\frac{1}{64}\{(0-3)^2\times1+(1-3)^2\times6+(2-3)^2\times15+(3-3)^2\times20+(4-3)^2\times15+(5-3)^2\times6+(6-3)^2\times1\}=\frac{3}{2}$$

より分散は $v=\frac{3}{2}$ である。この値は図 1 のデータの広がりぐあいを表す値である。そこでこの値 $v=\frac{3}{2}$ を確率変数 X の**分散**と定める。

一般に確率変数 X の確率分布が表 2 の場合に X の平均 (= 期待値)m と分散 v を次の式で定める。

(表 2)

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
確率 p	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

$$\boxed{m=E[X]=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n}$$ **平均 (期待値)**

$$\boxed{v=(x_1-m)^2p_1+(x_2-m)^2p_2+\cdots+(x_n-m)^2p_n}$$ **分散**

(注) 例の場合に分散 v を求める式は

$$v=(0-3)^2\times\frac{1}{64}+(1-3)^2\times\frac{6}{64}+(2-3)^2\times\frac{15}{64}+(3-3)^2\times\frac{20}{64}+(4-3)^2\times\frac{15}{64}+(5-3)^2\times\frac{6}{64}+(6-3)^2\times\frac{1}{64}$$

と書き直す事が出来る。

問 コインを 4 回投げて表の出た回数を X とする。右の確率分布表を完成し，平均 m と分散 v を求めよ。

X	0	1	2	3	4	計
確率 p						1