

< 反復試行 >

サイコロを何回も振るとか、袋から玉の復元抽出(取り出しては元に戻す)を繰り返すというように、同じ実験や観察を繰り返し行なうことを **反復試行** という。

例 1 サイコロを 2 回振って 1 の目が 1 回出る確率を求めたい。

この場合は次の 2 通りの事象に分けられる。

事象 A : 1 回目 1 の目が出て, 2 回目 1 以外の目が出る事象

事象 B : 1 回目 1 以外の目が出て, 2 回目 1 の目が出る事象

1 回目と 2 回目の試行は独立だから,

$$P(A) = \text{「1 回目 1 の目が出る確率」} \times \text{「2 回目 1 以外の目が出る確率」} = \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$$

であり, 同様にして $P(B) = \frac{5}{36}$ である。求める確率は

$$\text{「2 回のうち 1 の目が 1 回出る確率」} = P(A) + P(B) = \frac{5}{36} + \frac{5}{36} = \frac{5}{18}$$

(注) このとき $A \cap B = \phi$ となるので $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$ になる。このような事象 A, B を互いに**排反**という。

例 2 サイコロを 4 回振って 1 の目が 2 回出る確率を求めたい。

この場合は右の表のように 6 通りの場合がある。

事象 A_1 を「1 回目・2 回目ともに 1 の目が出て, かつ

3 回目・4 回目ともに 1 以外の目が出る事象」とす

ると, 各回は独立だから, A_1 の起こる確率は

$$P(A_1) = \frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times \frac{5}{6} \times \frac{5}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2$$

となる。以下同様にして $P(A_2) = \dots = P(A_6) = \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2$

であるから求める確率は

$$P(A_1) + \dots + P(A_6) = 6 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{25}{216}$$

回数 事象	1	2	3	4	確率
A_1	○	○	×	×	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$
A_2	○	×	○	×	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$
A_3	○	×	×	○	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$
A_4	×	○	○	×	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$
A_5	×	○	×	○	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$
A_6	×	×	○	○	$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^2$

(1 の目が出るとき○, 1 の目が出ないとき×)

(注) 例 2 の場合わけの数が“6 通り”なのは以下の理由による, 1 回目から 4 回目のうち,

1 の目が出る 2 回を決める場合の数, つまり 1, 2, 3, 4 から 2 個取った組合せの数

は ${}_4C_2 = \frac{4 \times 3}{2 \times 1} = 6$ (通り)である。

例 3 サイコロを 5 回振って 1 の目が 2 回出る確率は ${}_5C_2 \times \left(\frac{1}{6}\right)^2 \times \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{625}{3888}$ である。

例 4 サイコロを 5 回振って 3 の倍数が 4 回出る確率は ${}_5C_4 \times \left(\frac{1}{3}\right)^4 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = \frac{5 \times 2}{3^5} = \frac{10}{243}$ である。

問 次の確率を求めよ。

(1) サイコロを 5 回振って 1 の目が 3 回出る確率

(2) コインを 5 回投げて表が 2 回出る確率