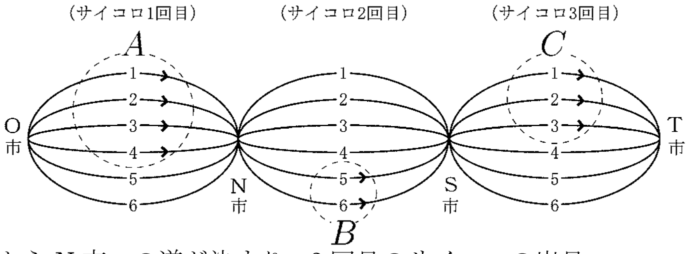
＜独立試行 2＞



例 1 O 市から出発し，N 市，S 市の順で T 市へ行く，道は右図のように各 6 通りあり，サイコロを振って通る道を決める。

1 回目のサイコロの出た目の数で O 市から N 市への道が決まり，2 回目のサイコロの出目で N 市から S 市への道が決まり，3 回目のサイコロの出目で S 市から T 市への道が決まる。右図のように道の番号があるとき，以下の事象 A,B,C を考える。

事象 A ： O 市からN 市へ行くとき 4 以下の番号の道を通る事象
事象 B ： N 市から S 市へ行くとき 5 以上の番号の道を通る事象
事象 C ： S 市から T 市へ行くとき 3 以下の番号の道を通る事象

このとき O 市から T 市へ行く全ての道順を全事象 U とすれば,

$$n(U) = 6^3 = 216\ ,\quad n(A \cap B \cap C) = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

であるから

$$P(A \cap B \cap C) = \frac{n(A \cap B \cap C)}{n(U)} = \frac{24}{216} = \frac{1}{9}$$

となる。一方

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(U)} = \frac{4 \times 6 \times 6}{6^3} = \frac{2}{3}\ ,\ P(B) = \frac{6 \times 2 \times 6}{6^3} = \frac{1}{3}\ ,\ P(C) = \frac{6 \times 6 \times 3}{6^3} = \frac{1}{2}$$

だから

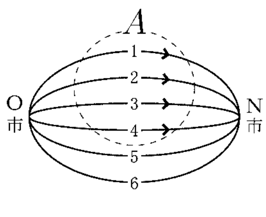
$$P(A \cap B \cap C) = \frac{1}{9} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = P(A) \times P(B) \times P(C)$$

がなりたつ。

一般に独立試行の場合，**積の法則**は 3 回以上の試行の場合にも適用される。

n 回の試行が互いに独立な試行で，それぞれの事象が $A_1, A_2, \cdots, A_n$ のとき $P(A_1 \cap A_2 \cap \cdots \cap A_n) = P(A_1) \times P(A_2) \times \cdots \times P(A_n)$

(注) 例 1 の場合に $P(A)$ を求めるとき，O 市から N 市への道順だけを考えて，$P(A) = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ と計算してよい。
独立試行の場合は，各回の確率を独立に計算してよい。



例 2 サイコロを 3 回振る。事象 A, B, C を

A ： 1 回目 4 以上の目が出る事象
B ： 2 回目 2 以下の目が出る事象
C ： 3 回目奇数の目が出る事象

とすると

$P(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$，　$P(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$，　$P(C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

より

$P(A \cap B \cap C) = P(A) \times P(B) \times P(C) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{12}$

問 サイコロを 4 回振る。事象 A, B, C, D を

A ： 1 回目 4 以下の目が出る事象
B ： 2 回目偶数の目が出る事象
C ： 3 回目 3 の倍数の目が出る事象
D ： 4 回目 5 が出る事象

とするとき $P(A \cap B \cap C \cap D)$ を求めよ。