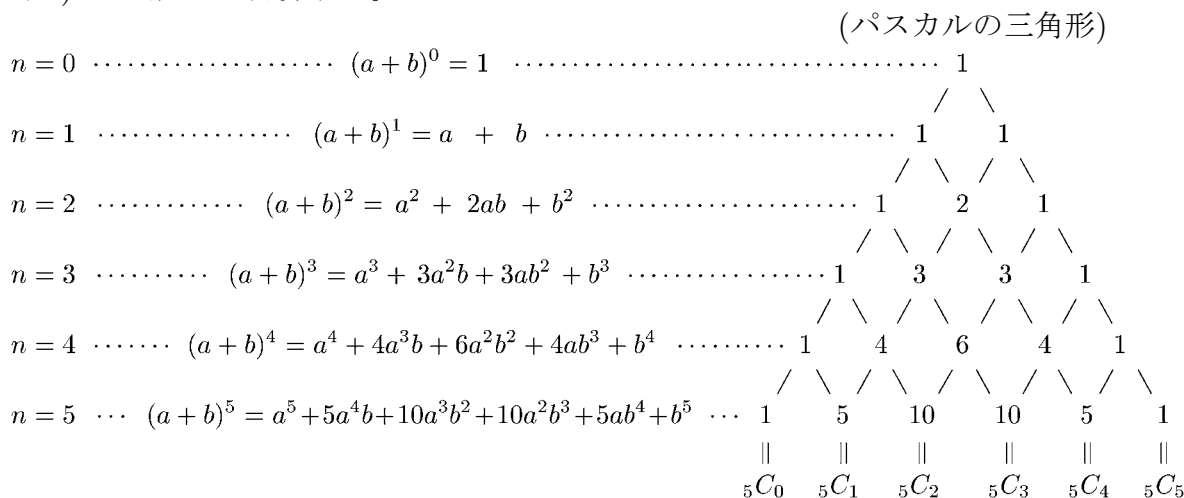


< 二項定理 >

$(a + b)^n$ の展開式を計算する。



右図のように展開した各項の係数を三角形状に並べたものをパスカルの三角形という。前ページ問2より、各係数は最短経路の場合の数と同じであるから

$$(a + b)^5 = {}_5C_0 a^5 b^0 + {}_5C_1 a^4 b^1 + {}_5C_2 a^3 b^2 + {}_5C_3 a^2 b^3 + {}_5C_4 a^1 b^4 + {}_5C_5 a^0 b^5$$

となる。一般に

$$(a + b)^n = {}_n C_0 a^n b^0 + {}_n C_1 a^{n-1} b^1 + {}_n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}_n C_{n-1} a^1 b^{n-1} + {}_n C_n a^0 b^n$$

$$= \sum_{k=0}^n {}_n C_k a^{n-k} b^k$$

となる。これを二項定理という。

(注) 組合せの意味から常に ${}_n C_0 = {}_n C_n = 1$ である。組合せを階乗で表現するために $0! = 1$ と定める。

問1 ${}_n C_r = \frac{{}_n P_r}{r!}$, ${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!}$ より ${}_n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!}$ である。
 ${}_n C_{n-r}$ を階乗の記号!を使って表せ。

問2 $(a + b)^7$ の展開式を求めよ。

$$(a + b)^7 =$$

問3 二項定理で $a = b = 1$ とおくことにより、次の和を求めよ。

$${}_n C_0 + {}_n C_1 + {}_n C_2 + \dots + {}_n C_{n-1} + {}_n C_n =$$