＜ 二項定理 ＞

$(a+b)^n$ の展開式を計算する。

(パスカルの三角形)

$n=0$ ………… $(a+b)^0 = 1$ ………… 1

$n=1$ ………… $(a+b)^1 = a + b$ ………… 1　1

$n=2$ ………… $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ ………… 1　2　1

$n=3$ ………… $(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$ ………… 1　3　3　1

$n=4$ ………… $(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$ ………… 1　4　6　4　1

$n=5$ ………… $(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5$ ………… 1　5　10　10　5　1

$\parallel$　$\parallel$　$\parallel$　$\parallel$　$\parallel$　$\parallel$

${}_5C_0$　${}_5C_1$　${}_5C_2$　${}_5C_3$　${}_5C_4$　${}_5C_5$

右図のように展開した各項の係数を三角形状に
並べたものをパスカルの三角形という。前ページ問 2 より，各係数は最短経路の場合の数と同じであるから

$$(a+b)^5 = {}_5C_0a^5b^0 + {}_5C_1a^4b^1 + {}_5C_2a^3b^2 + {}_5C_3a^2b^3 + {}_5C_4a^1b^4 + {}_5C_5a^0b^5$$

となる。一般に

$$\boxed{\begin{aligned}(a+b)^n &= {}_nC_0a^nb^0 + {}_nC_1a^{n-1}b^1 + {}_nC_2a^{n-2}b^2 + \cdots + {}_nC_{n-1}a^1b^{n-1} + {}_nC_na^0b^n \\ &= \sum_{k=0}^{n} {}_nC_ka^{n-k}b^k\end{aligned}}$$

となる。これを**二項定理**という。

(注) 組合せの意味から常に $\boxed{{}_nC_0 = {}_nC_n = 1}$ である。組合せを階乗で表現するために $\boxed{0! = 1}$ と定める。

問 1　${}_nC_r = \dfrac{{}_nP_r}{r!}$ ，${}_nP_r = \dfrac{n!}{(n-r)!}$ より ${}_nC_r = \dfrac{n!}{r!(n-r)!}$ である。

${}_nC_{n-r}$ を階乗の記号!を使って表せ。

問 2　$(a+b)^7$ の展開式を求めよ。

$(a+b)^7 =$

問 3　二項定理で $a=b=1$ とおくことにより，次の和を求めよ。

${}_nC_0 + {}_nC_1 + {}_nC_2 + \cdots + {}_nC_{n-1} + {}_nC_n =$