< 組合せ >

例 1 5 個のアルファベット a, b, c, d, e から 3 個えらんで 1 つの組を作る。このとき $\{a, b, c\}$, $\{a, b, d\}$, $\{a, b, e\}$, $\{a, c, d\}$, $\{a, c, e\}$, $\{a, d, e\}$, $\{b, c, d\}$, $\{b, c, e\}$, $\{b, d, e\}$, $\{c, d, e\}$

の計 10 組できる。一方並べる順も考えると以下のように 60 通りできる。

$$\underbrace{\left.\begin{array}{cccccccccc} abc, & abd, & abe, & acd, & ace, & ade, & bcd, & bce, & bde, & cde \\ acb, & adb, & aeb, & adc, & aec, & aed, & bdc, & bec, & bed, & ced \\ bac, & bad, & bae, & cad, & cae, & dae, & cbd, & cbe, & dbe, & dce \\ bca, & bda, & bea, & cda, & cea, & dea, & cdb, & ceb, & deb, & dec \\ cab, & dab, & eab, & dac, & eac, & ead, & dbc, & ebc, & ebd, & ecd \\ cba, & dba, & eba, & dca, & eca, & eda, & dcb, & ecb, & edb, & edc \end{array}\right\}}_{{}_5P_3 \;=\; 5\times4\times3 \;=\; 60(\text{通り})} 3! = 6\text{ 通り}$$

従って並べる順を考えない組の総数は

$$\frac{{}_5P_3}{3!} = \frac{5\times4\times3}{3\times2\times1} = 10(\text{組})$$

になる。

一般に n 個のものから r 個とり出して 1 つの組にしたものの総数を ${}_nC_r$ と書くと

$$\boxed{{}_nC_r = \frac{{}_nP_r}{r!} = \frac{n\times(n-1)\times\cdots\times(n-r+1)}{r\times(r-1)\times\cdots\times1}} \quad \left(\begin{array}{l} n\text{ 個のものから } r \text{ 個とった} \\ \text{組合せの総数} \end{array}\right)$$

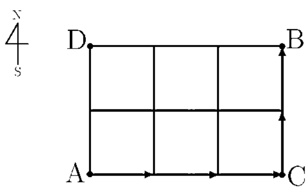
となる。

問 1 10 人から 4 人のリレー走者を選ぶ。

(1) 走る順番を考えると何通りできるか？

(2) 走る順を考えないで，ただ 4 人の組を作るときは何組できるか？

例 2 図 1 のような道がある町で A 地点から B 地点へいたる最短経路は何通りあるかを考える。
A から B へ行くには東へ 3 区画，北へ 2 区画進まねばならない。その経路は東 (3 個)，北 (2 個) の並びで表される。

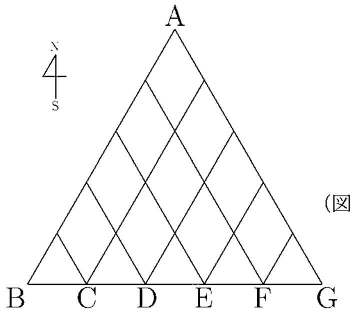


(図1)

$${}_5C_3\text{通り}\left\{\begin{array}{l} \text{東　東　東　北　北} \quad \cdots \quad \mathrm{A}\to\mathrm{C}\to\mathrm{B}\text{ の道順} \\ \text{東　東　北　東　北} \quad \cdots \\ \qquad\qquad \vdots \\ \text{北　北　東　東　東} \quad \cdots \quad \mathrm{A}\to\mathrm{D}\to\mathrm{B}\text{ の道順} \end{array}\right.$$

よって最短経路は ${}_5C_3 = 10$ 通り。

問 2 図 2 のような道で A 地点から出発し，南へ進む。B から G の各地点へいたる最短経路は何通りあるか。それぞれの地点について計算し，B から G の記号の下に “ 何通り ” かを記せ。



(図2)