

< 順列 >

例 1 5 個のアルファベット a,b,c,d,e から 3 個えらんで 1 つの単語を作る。
 3 文字で表される単語は何通りできるか？ (ただし aab のように同じ文字を
 2 回以上は使わない。)

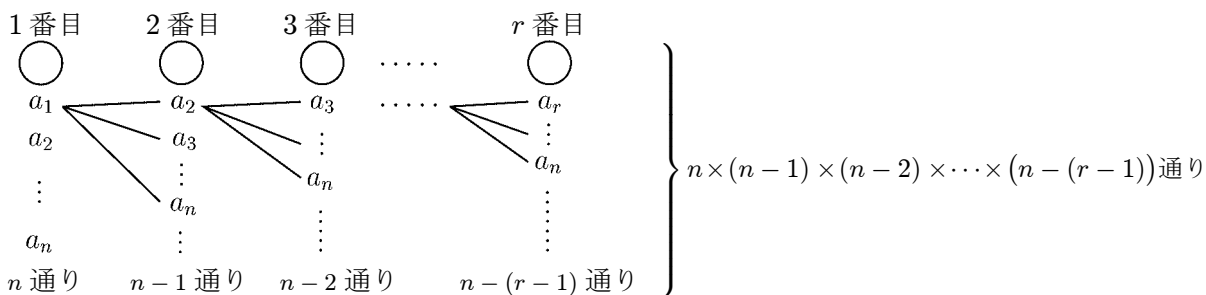
(解) 1 文字目 2 文字目 3 文字目 単語

左の図 (樹形図という) から 1 文字目が 5 通り, 2 文字目が 4 通り, 3 文字目が 3 通りだから

(答) $5 \times 4 \times 3 = 60$ (通り)

(注) abc, abd などの単語を 5 個のものから 3 個とり出して一列に並べた順列という。この場合順列の総数は $5 \times 4 \times 3$ である。

一般に n 個の文字 a_1, a_2, \dots, a_n から r 個とり出して一列に並べた順列の総数を ${}_n P_r$ とすると, 総数 ${}_n P_r$ は r 個の積で表される。



図より

$$\boxed{{}_n P_r = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times (n-r+1)} \quad (n \text{ 個から } r \text{ 個とった順列の総数})$$

また ${}_n P_n$ を n の階乗といい

$$\boxed{n! = {}_n P_n = n \times (n-1) \times (n-2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1} \quad (\text{階乗})$$

という記号で表す。

例 2 ${}_7 P_2 = 7 \times 6 = 42$, ${}_6 P_3 = 6 \times 5 \times 4$, $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$, $4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

問 1 (1) ${}_{10} P_3 =$, (2) ${}_6 P_4 =$, (3) $5! =$, (4) $6! =$

問 2 1, 2, 3, 4 の 4 個の数字を使って 3 桁の数を作る。以下の場合に 3 桁の数は何通りできるか?
 (1) 同じ数字は 1 回しか使えない場合 (123~432) (2) 同じ数字を何回使ってもよい場合 (111~444)