

高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2001年度版)

Series A

No. 10

解答

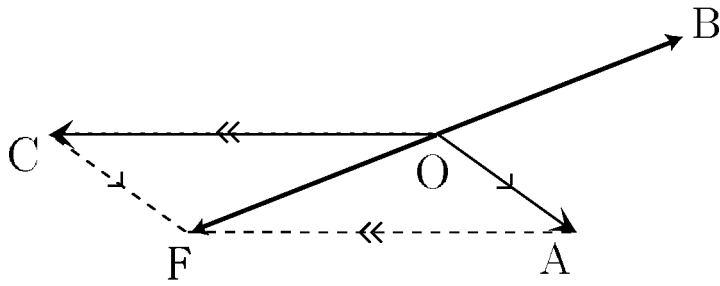
< 1 ページ. 速度の合成 >

問の解答

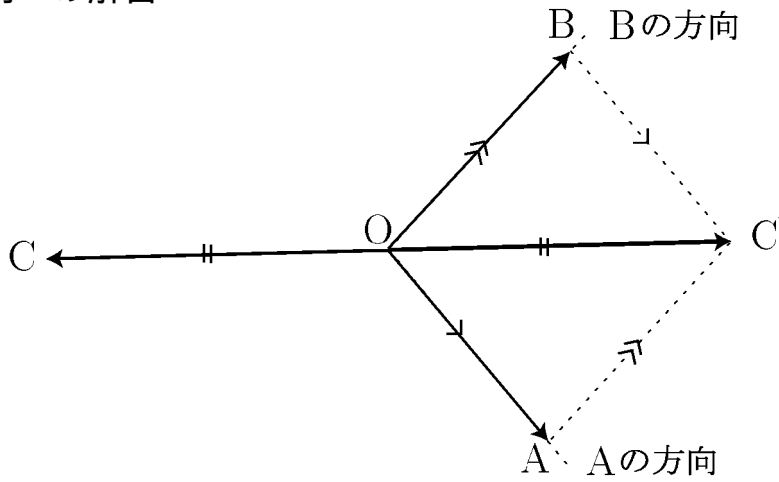
$$\sin \theta = \frac{3}{5}$$

< 2 ページ. 力の合成 >

問 1 の解答



問 2 の解答



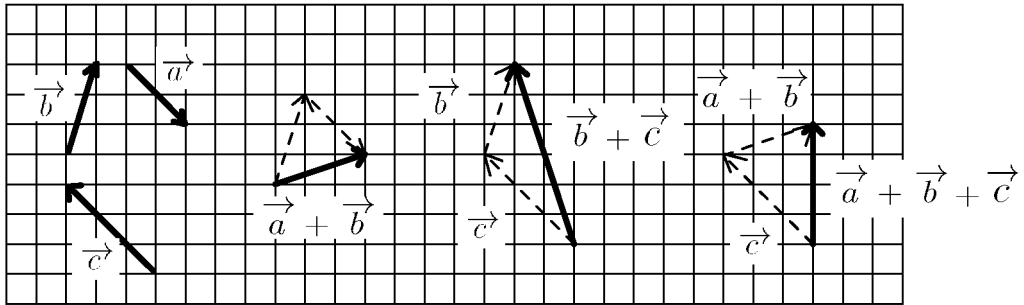
< 3 ページ. 平面上のベクトル 1 >

問の解答

$$\vec{AO} = \vec{BC} = \vec{FE} = \vec{OD}$$

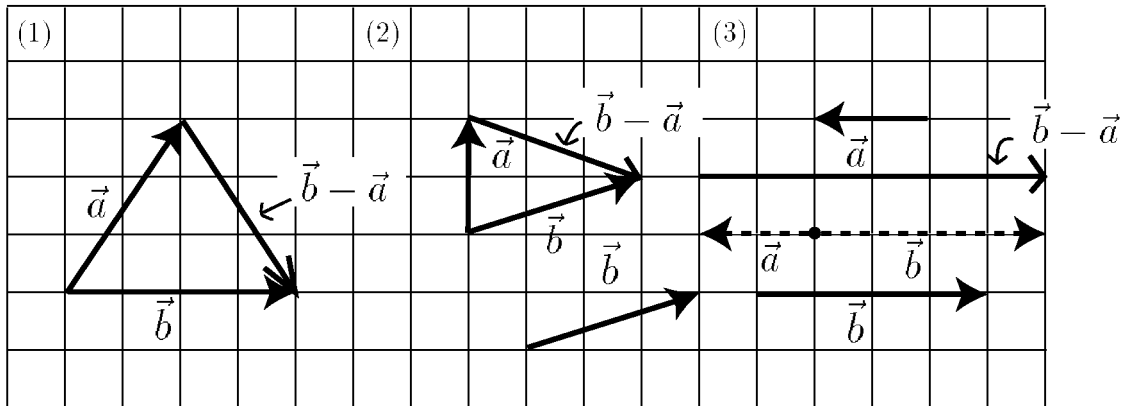
< 4 ページ. 平面上のベクトル2 >

問の解答



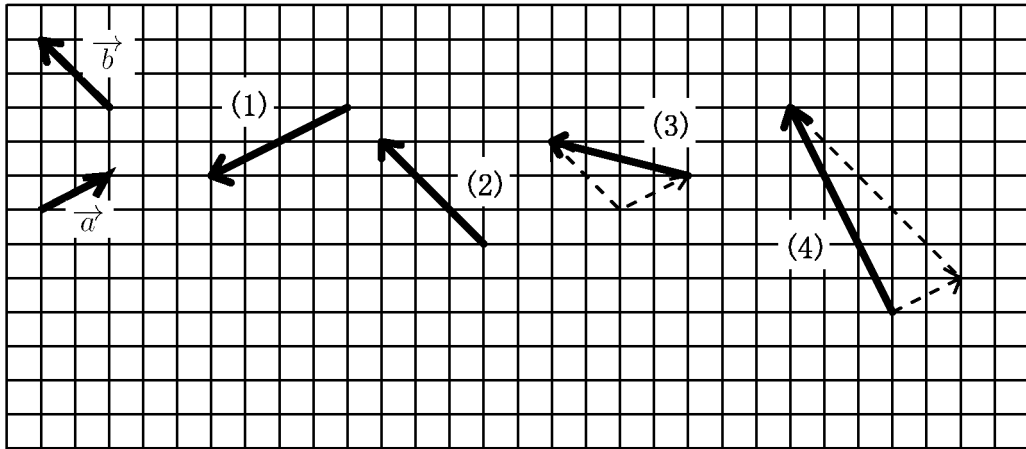
< 5 ページ. 平面上のベクトル 3 >

問の解答



< 6 ページ. 平面上のベクトル4 >

問の解答



< 7 ページ. 平面上のベクトル5 >

問1の解答

$$\begin{aligned}\vec{OP} &= \vec{OA} + \frac{m}{m+n} \vec{AB} \\ &= \vec{a} + \frac{m}{m+n} (\vec{b} - \vec{a}) \\ &= \frac{m \vec{b} + n \vec{a}}{m+n}\end{aligned}$$

問2の解答

$$\begin{aligned}(1) \vec{OM} &= \frac{\vec{a} + \vec{b}}{2} \\ (2) \vec{OG} &= \frac{2\vec{OM} + \vec{c}}{3} \\ (3) \vec{OG} &= \frac{2\vec{OM} + \vec{c}}{3} = \frac{\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}}{3}\end{aligned}$$

< 8 ページ. ベクトルの成分 1 >

問の解答

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix}, \quad \vec{c} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \end{pmatrix}$$

< 9 ページ. ベクトルの成分 2 >

問の解答

$$(1) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

$$(2) \overrightarrow{AB} = \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$|\overrightarrow{AB}| = \sqrt{9 + 16} = 5$$

< 10 ページ. ベクトルの成分 3 >

問 1 の解答

$$(1) \vec{a} + \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{pmatrix}$$

$$(2) \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 - b_1 \\ a_2 - b_2 \end{pmatrix}$$

$$(3) k\vec{a} = k \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \end{pmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) \frac{1}{2}\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$(2) -\vec{b} = \begin{pmatrix} 3 \\ 12 \end{pmatrix}$$

$$(3) \vec{a} - \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ 20 \end{pmatrix}$$

$$(4) \vec{a} + \frac{2}{3}\vec{b} = \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \vec{0}$$

< 11 ページ. 内分点 >

問 1 の解答

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \end{pmatrix}, \quad \vec{OB} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \end{pmatrix} \text{ とおくと}$$

$$\vec{OP} = \frac{4}{7}\vec{OA} + \frac{3}{7}\vec{OB} = \frac{1}{7} \begin{pmatrix} 4a_1 + 3b_1 \\ 4a_2 + 3b_2 \end{pmatrix}$$

$$P \text{ の座標は } \left(\frac{4}{7}a_1 + \frac{3}{7}b_1, \frac{4}{7}a_2 + \frac{3}{7}b_2 \right)$$

問 2 の解答

$$P \text{ の座標は } \left(\frac{na_1 + mb_1}{m + n}, \frac{na_2 + mb_2}{m + n} \right)$$

< 12 ページ. ベクトルの内積 1 >

問の解答

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \times 4 \times \cos 60^\circ = 6$$

$$\vec{c} \cdot \vec{d} = 4 \times 9 \times \cos 150^\circ = -18\sqrt{3}$$

< 13 ページ. ベクトルの内積 2 >

問の解答

$$(1) \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 2$$

$$(2) \overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AC} = \sqrt{3} \times 2 \times \cos 30^\circ = 3$$

$$(3) \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = 2 \times 2 \times \cos 60^\circ = 2$$

$$(4) \overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{MA} = 2 \times \sqrt{3} \times \cos 90^\circ = 0$$

$$(5) \overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} = 1 \times 1 \times \cos 180^\circ = -1$$

< 14 ページ. 内積の成分表示 1 >

問 1 の解答

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2} \{OA^2 + OB^2 - AB^2\} \\ &= \frac{1}{2} \{(a_1^2 + a_2^2) + (b_1^2 + b_2^2) - (b_1 - a_1)^2 - (b_2 - a_2)^2\} \\ &= \frac{1}{2} (2a_1b_1 + 2a_2b_2) \\ &= a_1b_1 + a_2b_2 \end{aligned}$$

問 2 の解答

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2$$

< 15 ページ. 内積の成分表示 2 >

問 1 の解答

$$(1) \vec{a} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 8 + 15 = 23$$

$$(2) \vec{a} = \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = -12 + 12 = 0, \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

$$(3) \vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \vec{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \vec{a} \cdot \vec{b} = 0 + 0 = 0, \quad \vec{a} \perp \vec{b}$$

問 2 の解答

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

< 16 ページ. ベクトルのなす角 >

問 1 の解答

$$\cos \theta = \frac{a_1 b_1 + a_2 b_2}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2} \sqrt{b_1^2 + b_2^2}}$$

問 2 の解答

$$(1) \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{1 \times 2} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \theta = \frac{\pi}{6}$$

$$(2) \cos \theta = \frac{6 - 1}{\sqrt{10}\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \theta = \frac{\pi}{4}$$

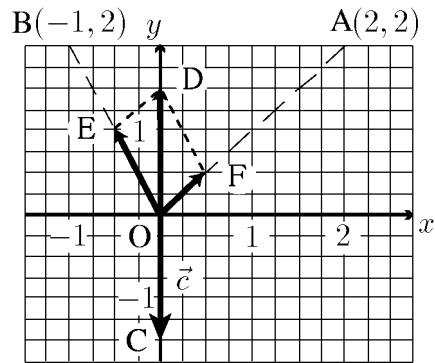
$$(3) \cos \theta = \frac{3 - 3}{\sqrt{12}\sqrt{4}} = 0, \quad \theta = \frac{\pi}{2}$$

< 17 ページ. ベクトルの均衡 >

問の解答

(1) $D(0, 1.5)$

(2)



(3) $F(0.5, 0.5)$

$E(-0.5, 1)$

$$\kappa_1 = \frac{|\vec{OF}|}{|\vec{OA}|} = \frac{1}{4}$$

$$\kappa_2 = \frac{|\vec{OE}|}{|\vec{OB}|} = \frac{1}{2}$$

< 18 ページ. 行列 >

問 1 の解答

型 : 3 行 4 列

第 1 行 : (1 2 3 4)

第 3 列 : $\begin{pmatrix} 3 \\ 7 \\ 11 \end{pmatrix}$

(1, 3) 成分 : 3

(3, 2) 成分 : 10

問 2 の解答

4 次の行ベクトルの例 : (1 2 3 4)

3 次の列ベクトルの例 : $\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \end{pmatrix}$ 2 次正方行列の例 : $\begin{pmatrix} 8 & 9 \\ 10 & 11 \end{pmatrix}$

< 19 ページ. 行列の計算 1 >

問の解答

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 4 & 4 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(3) -3 \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 2 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 & -15 \\ 0 & -6 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 5 \\ -1 & -5 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \\ -1 & -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2 & -1+2 \\ 1-0 & 5-4 \\ -1+2 & -5+6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

< 20 ページ. 行列の計算 2 >

問の解答

$$\begin{aligned}(1) X &= \frac{1}{3}(2A - B) = \frac{1}{3} \left\{ 2 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & -4 \\ -3 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & -\frac{4}{3} \\ -1 & 0 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$(2) 6X - 9A = -5B + 5X$$

$$X = 9A - 5B$$

$$\begin{aligned}&= 9 \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} - 5 \begin{pmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 27 & 9 \\ 18 & 36 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 25 & 30 \\ 35 & 40 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 2 & -21 \\ -17 & -4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

< 21 ページ. 行列の積 1 >

問の解答

$$(1) (6 \ 5) \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}, \\ = 24 - 25 = -1$$

$$(2) (3 \ 0 \ 4) \begin{pmatrix} 11 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix} \\ = 33 + 0 + 32 = 65$$

$$(3) (2 \ -5 \ 3 \ 4) \begin{pmatrix} 9 \\ 0 \\ -7 \\ 3 \end{pmatrix} = 18 + 0 - 21 + 12 = 9$$

< 22 ページ. 行列の積 2 >

問の解答

$$(1) \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 8 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0+6 \\ 8+15 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 23 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2+15 \\ -4+0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 17 \\ -4 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 5 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-2+0 \\ 5+0-6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

< 23 ページ. 行列の積 3 >

問の解答

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3-6 \\ 15-14 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 3 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3+0 & -1+4 \\ 9+0 & 3-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 3 \\ 9 & -1 \end{pmatrix}$$

$$(3) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6+2+0 & 2+0+0 \\ 3+0-1 & 1+0+2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 2 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$(4) \begin{pmatrix} 3 & 2 & 0 \\ 4 & 1 & 5 \\ 0 & 7 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & 5 \\ 1 & -2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 10 \\ 12 & 2 & 5 \\ -8 & 2 & 35 \end{pmatrix}$$

< 24 ページ. 行列の積 4 >

問の解答

$$(1) AB = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix}$$

$$(2) AB = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 28 & 35 & 18 \\ 16 & -7 & 22 \\ -4 & 7 & -2 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 6 \\ 0 & 3 & 2 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 4 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 25 & 16 \\ 10 & 1 & 0 \\ 38 & 8 & 20 \end{pmatrix}$$

< 25 ページ. 行列の積 5 >

問の解答

$$\begin{aligned}(1) C(A+B) &= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \right\} \\ &= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & -2 \\ 16 & 9 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(2) AB - BC &= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 5 & 10 \\ 6 & -2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -5 \\ 11 & 3 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}(3) CC + BC &= \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 11 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 5 & 15 \\ -5 & -5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 17 \\ -1 & 6 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

< 26 ページ. 行列の積 6 >

問の解答

$$(1) A^2 - B^2 = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 4 & 4 \\ 0 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & -2 \\ -2 & -5 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} (2) A^2 - BA + AB - B^2 \\ &= (A - B)A + (A - B)B = (A - B)(A + B) \\ &= \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ -2 & -6 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

< 27 ページ.2 次の行列式 1 >

問の解答

$$\begin{aligned} (1) & \begin{vmatrix} k_1 & -2 \\ k_2 & 1 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} (5x-2y) & -2 \\ (2x+y) & 1 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} -2 & -2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 9x \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) & \begin{vmatrix} 5 & k_1 \\ 2 & k_2 \end{vmatrix} \\ &= \begin{vmatrix} 5 & (5x-2y) \\ 2 & (2x+y) \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} 5 & 5 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + y \begin{vmatrix} 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \\ &= 9y \end{aligned}$$

< 28 ページ.2 次の行列式 2 >

問の解答

$$AB = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ -12 & 9 \end{pmatrix} \quad BA = \begin{pmatrix} 10 & -1 \\ -8 & 5 \end{pmatrix}$$

$$\det(A) = 6 - 0 = 6$$

$$\det(B) = 15 - 8 = 7$$

$$\det(AB) = 54 - 12 = 42$$

$$\det(BA) = 50 - 8 = 42$$

< 29 ページ.3 次の行列式 1 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 2 & 4 & 5 \\ 2 & 1 & 5 \\ -2 & 3 & 5 \end{vmatrix}$$
$$= 10 + 30 - 40 + 10 - 30 - 40 = -60$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$
$$= 0 + 9 + 4 - 0 - 12 - 1 = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} 4 & 1 & -2 \\ 3 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \end{vmatrix}$$
$$= 0 - 12 + 0 + 0 - 24 + 3 = -33$$

< 30 ページ.3 次の行列式 2 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 5 & 3 & 1 \\ 7 & -1 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 6 + 1 = 7$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & 3 \\ 1 & 3 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 7$$

$$(3) \begin{vmatrix} 3 & 1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} + 2 \begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 0 & -1 \end{vmatrix} \\ = 3 \times (-1) - (1 - 2) + 2 \times (-1) = -4$$

< 31 ページ.3 次の行列式 3 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 2 & -1 & 5 \end{vmatrix} = -9$$

$$(2) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 0 \\ 3 & -1 & 0 \end{vmatrix} = 5$$

$$(3) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & -3 & 1 \\ 5 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -11$$

< 32 ページ.3 次の行列式 4 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 5 & 5 & 7 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 4 \\ 5 & 1 & 7 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 5 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 5 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

$$(2) \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 6 \end{vmatrix} = 2 \begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{vmatrix} = 3(2-1) = 3$$

< 33 ページ.3 次の行列式 5 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 5 & 7 \\ 2 & 10 & 15 \\ 3 & 16 & 24 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 7 & 17 & 27 \\ 15 & 35 & 55 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 5 & 10 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 6 \\ 5 & 10 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} 23 & 10 & 32 \\ 2 & 1 & 3 \\ 50 & 23 & 70 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \\ 4 & 0 & 1 \end{vmatrix} = -5$$

$$(4) \begin{vmatrix} 8 & 3 & 25 \\ 7 & 3 & 30 \\ 10 & 3 & 28 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 8 & 1 & 25 \\ 7 & 1 & 30 \\ 10 & 1 & 28 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 3 & 1 & 3 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & -2 & 3 \end{vmatrix} \\ = 3 \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{vmatrix} = 3(3 + 10) = 39$$

< 34 ページ.4 次の行列式 1 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 & 7 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 4 & -1 & 7 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$$

$$(2) \begin{vmatrix} 4 & 1 & -5 & 8 \\ -2 & 5 & 7 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 7 & 3 & 11 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ -2 & 5 & 7 & 2 \\ 4 & 1 & -5 & 8 \\ 7 & 3 & 11 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} -2 & 5 & 2 \\ 4 & 1 & 8 \\ 7 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

$$= -(2 + 24 + 280 - (-48) - (-20) - 14)$$

$$= -360$$

< 35 ページ.4 次の行列式 2 >

問の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 6 & 9 & 8 \\ 0 & 3 & 4 & 10 \\ 0 & 0 & 5 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{vmatrix} = 3 \begin{vmatrix} 5 & 2 \\ 0 & 7 \end{vmatrix} = 105$$

$$(2) \begin{vmatrix} 1 & 12 & 0 & 5 \\ 2 & 11 & 0 & 6 \\ 3 & 10 & 0 & 7 \\ 4 & 9 & 0 & 8 \end{vmatrix} = 0 \quad (3) \begin{vmatrix} 6 & 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & 3 & 3 \\ 4 & 1 & 4 & 3 \\ 3 & 1 & 5 & 3 \end{vmatrix} = 0$$

$$(4) \begin{vmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 7 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & -10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 8 \\ 0 & 0 & 7 & 6 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -10 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 8 \\ 0 & 7 & 6 \end{vmatrix} = -10 \begin{vmatrix} 5 & 8 \\ 7 & 6 \end{vmatrix} = 260$$

$$(5) \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & 0 & 4 \\ 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 1 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & -2 & 3 & -5 \\ 0 & -4 & 3 & -6 \\ 0 & -3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 & -5 \\ -4 & 3 & -6 \\ -3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 37$$

$$(6) \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 & 5 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & 0 & 5 \\ 4 & 0 & 3 & -1 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 0 & -1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} \\ = - \begin{vmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & -1 \end{vmatrix} = 6$$

$$(7) \begin{vmatrix} -3 & 3 & 7 & -1 \\ -2 & 2 & 4 & 3 \\ 5 & 2 & 5 & 0 \\ -1 & 0 & 2 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -3 & 3 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & 0 & 3 \\ 5 & 2 & 15 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 3 & 1 & -4 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 15 & 5 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \\ = -(-1) \times \begin{vmatrix} 3 & 1 & -4 \\ 2 & 0 & 1 \\ 2 & 15 & 5 \end{vmatrix} = -173$$

< 36 ページ. 高次の行列式 >

問 1 の解答

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 & d_1 & e_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 & e_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 & e_4 \\ a_5 & b_5 & c_5 & d_5 & e_5 \end{vmatrix} = a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ b_3 & c_3 & d_3 & e_3 \\ b_4 & c_4 & d_4 & e_4 \\ b_5 & c_5 & d_5 & e_5 \end{vmatrix} - b_1 \begin{vmatrix} a_2 & c_2 & d_2 & e_2 \\ a_3 & c_3 & d_3 & e_3 \\ a_4 & c_4 & d_4 & e_4 \\ a_5 & c_5 & d_5 & e_5 \end{vmatrix} \\
+ c_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & d_2 & e_2 \\ a_3 & b_3 & d_3 & e_3 \\ a_4 & b_4 & d_4 & e_4 \\ a_5 & b_5 & d_5 & e_5 \end{vmatrix} - d_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 & e_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & e_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & e_4 \\ a_5 & b_5 & c_5 & e_5 \end{vmatrix} + e_1 \begin{vmatrix} a_2 & b_2 & c_2 & d_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 & d_3 \\ a_4 & b_4 & c_4 & d_4 \\ a_5 & b_5 & c_5 & d_5 \end{vmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) \begin{vmatrix} 1 & 2 & 5 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 4 & 7 & 6 \\ 0 & 0 & 3 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{vmatrix} = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$(2) \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 6 & 7 & 0 \\ 6 & 5 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 3 & 4 & 0 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix} \\
= -2 \begin{vmatrix} 3 & 4 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & -5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 & -6 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$(3) \begin{vmatrix} 6 & 0 & 2 & 5 & 3 \\ -3 & 0 & 7 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -1 & 4 & 2 \\ 5 & 1 & 8 & 2 & 7 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 0 & 6 & 2 & 5 & 3 \\ 0 & -3 & 7 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 5 & 8 & 2 & 7 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 6 & 2 & 5 & 3 \\ -3 & 7 & 1 & 0 \\ 2 & -1 & 4 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} \\
= \begin{vmatrix} 0 & 2 & -1 & 15 \\ 0 & 7 & 4 & -6 \\ 0 & -1 & 2 & 6 \\ 1 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix} = - \begin{vmatrix} 2 & -1 & 15 \\ 7 & 4 & -6 \\ -1 & 2 & 6 \end{vmatrix} = -378$$

< 37 ページ.2 元連立一次方程式 1 >

問 1 の解答

$$\begin{vmatrix} k_1 & b_1 \\ k_2 & b_2 \end{vmatrix} = x \begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ b_2 & b_2 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} a_1 & k_1 \\ a_2 & k_2 \end{vmatrix} = y \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$$

$$x = \frac{\begin{vmatrix} k_1 & b_1 \\ k_2 & b_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ b_2 & b_2 \end{vmatrix}}, \qquad y = \frac{\begin{vmatrix} a_1 & k_1 \\ a_2 & k_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a_1 & a_1 \\ b_2 & b_2 \end{vmatrix}}$$

問 2 の解答

$$(1) \quad x = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-1}{7} = -\frac{1}{7}$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 2 & -2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{-4}{7} = -\frac{4}{7}$$

$$(2) \quad x = \frac{\begin{vmatrix} k_1 & 4 \\ k_2 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{3k_1 - 4k_2}{1} = 3k_1 - 4k_2$$

$$y = \frac{\begin{vmatrix} 3 & k_1 \\ 2 & k_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 3 & 4 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}} = 3k_2 - 2k_1$$

< 38 ページ.2元連立一次方程式2 >

問の解答

$$(1) \begin{cases} x = 2t \\ y = -t \end{cases}$$

$$(2) \begin{cases} x = 2t \\ y = t \end{cases}$$

＜ 39 ページ.3 元連立一次方程式 ＞

問 1 の解答

$$\begin{vmatrix} a_1 & k_1 & c_1 \\ a_2 & k_2 & c_2 \\ a_3 & k_3 & c_3 \end{vmatrix} = y \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & k_1 \\ a_2 & b_2 & k_2 \\ a_3 & b_3 & k_3 \end{vmatrix} = z \begin{vmatrix} k_1 & b_1 & c_1 \\ k_2 & b_2 & c_2 \\ k_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$y = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} \begin{vmatrix} a_1 & k_1 & c_1 \\ a_2 & k_2 & c_2 \\ a_3 & k_3 & c_3 \end{vmatrix}, \quad z = \frac{1}{\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}} \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & k_1 \\ a_2 & b_2 & k_2 \\ a_3 & b_3 & k_3 \end{vmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) \quad x = -\frac{26}{5}, \quad y = \frac{61}{5}, \quad z = \frac{32}{5}$$

$$(2) \quad x = -\frac{25}{23}, \quad y = \frac{21}{23}, \quad z = -\frac{9}{23}$$

< 40 ページ. 単位行列 >

問 1 の解答

$$AB = \begin{pmatrix} a_1b_1 & 0 \\ 0 & a_2b_2 \end{pmatrix}$$

$$BA = \begin{pmatrix} a_1b_1 & 0 \\ 0 & a_2b_2 \end{pmatrix}$$

問 2 の解答

$$(1) AI = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}, \quad IA = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$(2) AI = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}, \quad IA = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$