

高知工科大学
基礎数学ワークブック

(2001年度版)

Series A

No. 4

解答

< 1 ページ. 分数の微分 >

問 1 の解答

$$\begin{aligned} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 - (x+h)^3}{(x+h)^3 x^3 h} &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{x^3 - (x^3 + 3x^2h + 3xh^2 + h^3)}{(x+h)^3 x^3 h} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-3x^2 - 3xh - h^2}{(x+h)^3 x^3} = \frac{-3x^2}{x^6} \\ &= -\frac{3}{x^4} \end{aligned}$$

問 2 の解答

$$(1) -\frac{4}{x^5} \quad (2) -\frac{n}{x^{n+1}}$$

問 3 の解答

$$(1) \frac{1}{x^2} \quad (2) -\frac{1}{2} \times \left(\frac{1}{x^2}\right)' = \frac{1}{x^3}$$

$$(3) \frac{1}{x^4} \quad (4) \frac{1}{x^5}$$

$$(5) \frac{1}{x^{n+1}} \quad (6) \frac{1}{x^n}$$

< 2 ページ. 整数指数 >**解答**

(1) 1 (2) 1 (3) $\frac{1}{4}$

(4) $\frac{1}{27}$ (5) $\frac{3}{32}$ (6) 1

(7) $\frac{1}{4}$ (8) $\frac{1}{9}$ (9) 25

< 3 ページ. 負の累乗関数の微分・積分 >**問 1 の解答**

$$(1) -\frac{1}{x^2} \quad (2) -\frac{5}{x^6} \quad (3) -\frac{10}{x^{11}}$$

問 2 の解答

$$(1) -\frac{1}{2x^2} + C \quad (2) -\frac{1}{9x^9} + C$$

$$(3) -\frac{1}{3x^3} + C \quad (4) -\frac{1}{6x^6} + C$$

< 4 ページ. 累乗根 1 >**解答**

(1) 13 (2) 2 (3) 5

(4) 4 (5) $\frac{3}{5}$ (6) 5

< 5 ページ. 累乗根 2 >**解答**

(1) $\sqrt[3]{15}$ (2) $\sqrt[4]{8}$

(3) $\frac{1}{\sqrt[3]{5}}$ (4) 2

< 6 ページ. 累乗根 3 >**問 1 の解答**

(1) $3\sqrt[3]{2}$ (2) $2\sqrt[4]{7}$ (3) $2\sqrt[5]{2}$

問 2 の解答

(1) 2 (2) 3

(3) 4 (4) 5

< 7 ページ. 分数指数 1 >

解答

(1) 11 (2) 3 (3) 125

(4) 49 (5) 243 (6) 16

(7) $\frac{1}{4}$ (8) $\frac{1}{81}$ (9) $\frac{1}{16}$

< 8 ページ. 分数指数 2 >

問 1 の解答

- (1) 2 (2) $\sqrt[3]{7}$ (3) 125 (4) 9

問 2 の解答

- (1) 10 (2) $\sqrt[3]{3}$
(3) $\sqrt[3]{3}$ (4) 3

< 9 ページ. 指数法則 >

問 1 の解答

$$1^\circ : a^p \times a^q = a^{\boxed{p+q}} , \quad 2^\circ : a^p \div a^q = a^{\boxed{p-q}}$$

$$3^\circ : (a^p)^q = a^{\boxed{pq}} , \quad 4^\circ : (ab)^p = a^p b^p$$

問 2 の解答

$$(1) a \qquad (2) a$$

$$(3) a^2 \qquad (4) a$$

$$(5) \sqrt[3]{a} \qquad (6) \sqrt[10]{a^3}$$

問 3 の解答

$$(1) 15 \qquad (2) 6$$

< 10 ページ. 分数乗の微分 1 >

解答

$$\sqrt[4]{x+h} = a \quad , \quad \sqrt[4]{x} = b$$

$$\Downarrow$$

$$x+h = a^4 \quad , \quad x = b^4$$

$$\Downarrow$$

$$h = a^4 - b^4$$

$$\begin{aligned} \lim_{a \rightarrow b} \frac{a-b}{a^4-b^4} &= \lim_{a \rightarrow b} \frac{1}{a^3+a^2b+ab^2+b^3} \\ &= \frac{1}{4b^3} = \frac{1}{4(\sqrt[4]{x})^3} \\ &= \frac{1}{4\sqrt[4]{x^3}} \end{aligned}$$

< 11 ページ. 分数乗の微分 2 >

解答

(1) $\frac{4}{3} \sqrt[3]{x}$

(2) $\frac{7}{4} \sqrt[4]{x^3}$

(3) $\frac{3}{4\sqrt[4]{x}}$

(4) $\frac{2}{5\sqrt[5]{x^3}}$

< 12 ページ. 分数乗の不定積分 >

解答

(1) $\frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$

(2) $\frac{3}{4}x\sqrt[3]{x} + C$

(3) $\frac{4}{7}x\sqrt[4]{x^3} + C$

(4) $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x} + C$

(5) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2} + C$

(6) $4\sqrt[4]{x} + C$

(7) $-\frac{3}{2\sqrt[3]{x^2}} + C$

(8) $-\frac{2}{\sqrt{x}} + C$

< 13 ページ. 分数乗の定積分 >**解答**

(1) $\frac{52}{3}$

(2) 60

(3) $\frac{2}{5}$

(4) $\frac{26}{81}$

(5) 6

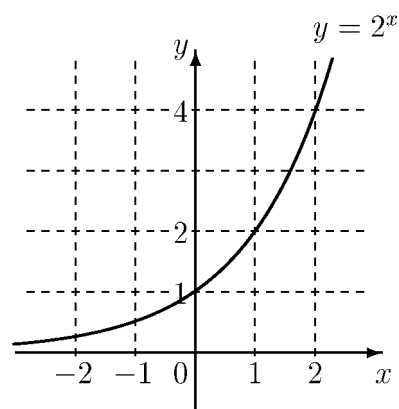
(6) $\frac{1}{3}$

< 14 ページ. 指数関数 >

解答

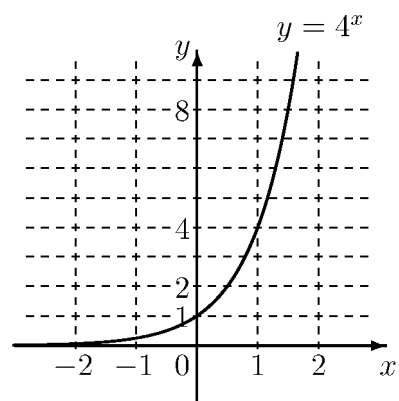
(1) $y = 2^x$

x	-2	-1	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	$\sqrt{2}$	2	4



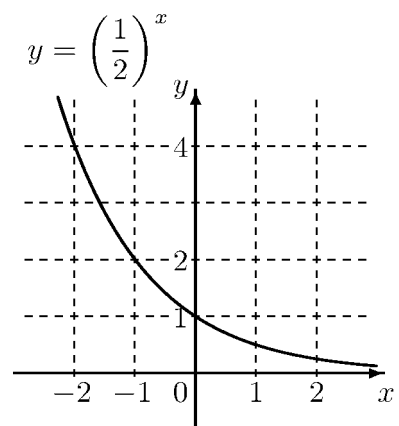
(2) $y = 4^x$

x	-1	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	1	2
y	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8



(3) $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$



< 15 ページ. 指数方程式 >

解答

(1) $x = 0$ (2) $x = 1$ (3) $x = 2$ (4) $x = -1$

(5) $x = \frac{1}{2}$ (6) $x = 0$ (7) $x = 2$ (8) $x = \frac{1}{3}$

(9) $x = -1$ (10) $x = -2$ (11) $x = 0$ (12) $x = 2$

(13) $x = 5$ (14) $x = \frac{1}{4}$ (15) $x = \frac{3}{2}$ (16) $x = -1$

(17) $x = -3$ (18) $x = -2$ (19) $x = -\frac{1}{2}$ (20) $x = 0$

(21) $x = 1$ (22) $x = 3$ (23) $x = 2$ (24) $x = -1$

(25) $x = -2$ (26) $x = -\frac{1}{2}$ (27) $x = 0$ (28) $x = 2$

(29) $x = \frac{1}{2}$ (30) $x = \frac{3}{2}$ (31) $x = -1$ (32) $x = \frac{1}{4}$

< 16 ページ. 対数 1 >

問 1 の解答

$$(1) \log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \quad (2) \log_5 \frac{1}{5} = -1 \quad (3) 3^3 = 27 \quad (4) 9^{\frac{3}{2}} = 27$$

問 2 の解答

$$(1) 6 \quad (2) 5$$

$$(3) 3 \quad (4) 4$$

< 17ページ.対数2 >**問1の解答**

(1) 6 (2) $\frac{1}{2}$ (3) -1

(4) $\frac{3}{2}$ (5) 3 (6) 0

(7) $\frac{1}{3}$ (8) -1 (9) -2

(10) $\frac{2}{3}$ (11) $-\frac{1}{2}$ (12) $\frac{3}{2}$

問2の解答

(1) $\log_2(2^\alpha \times 2^\beta) = \log_2(2^{\alpha+\beta}) = \alpha + \beta$

(2) $\alpha + \beta$

< 18 ページ. 対数 3 >**問 1 の解答**

$$(1) \log_2 \left(\frac{2^\alpha}{2^\beta} \right) = \log_2 (2^{\alpha-\beta}) = \alpha - \beta$$

$$(2) \alpha - \beta$$

問 2 の解答

$$(1) 4 \log_2 M \qquad (2) 5 \log_2 M$$

問 3 の解答

$$(1) \log_2 ((2^\alpha)^r) = \log_2 (2^{\alpha r}) = \alpha r$$

$$(2) r \times \alpha$$

問 4 の解答

$$\log_2 \left(\frac{M}{N} \right) = \log_2 M - \log_2 N$$

< 19 ページ. 対数 4 >

問 1 の解答

$$\log_a M - \log_a N$$

問 2 の解答

$$r \times \log_a M$$

問 3 の解答

$$(1) \log_2 \left(12 \times \frac{1}{3} \right) = \log_2 4 = 2$$

$$(2) \log_3 \left(\frac{108}{4} \right) = \log_3(27) = 3$$

$$(3) \log_6 (12 \times 2 \times 3^2) = \log_6 (2^3 \times 3^3) = \log_6(6^3) = 3$$

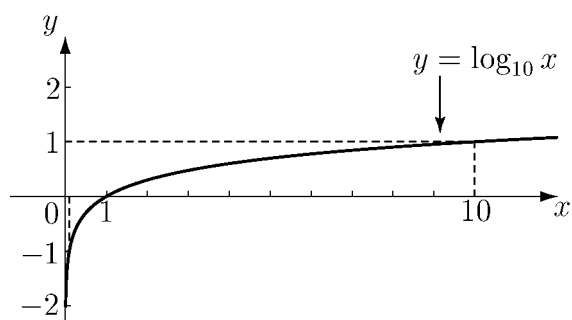
$$(4) \log_{10} \left(\frac{4 \times 25}{0.1} \right) = \log_{10}(1000) = 3$$

< 20 ページ. 対数関数 >

解答

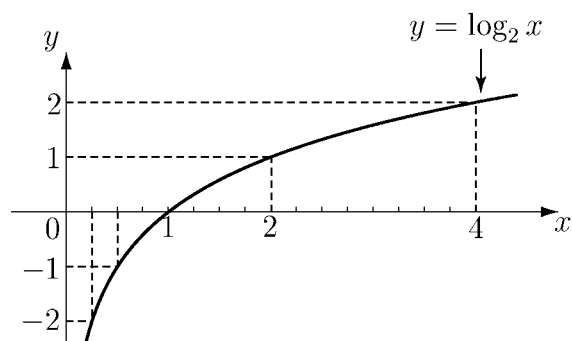
(1) $y = \log_{10} x \quad (x > 0)$

x	0.1	1	$\sqrt{10}$	10
y	-1	0	$\frac{1}{2}$	1



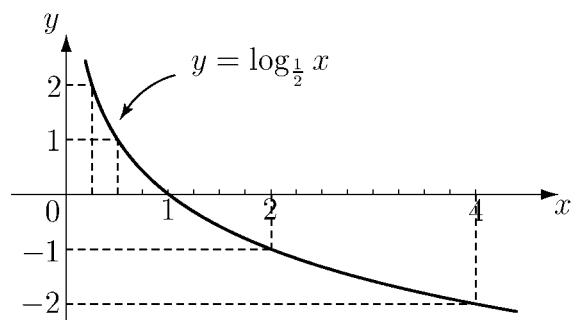
(2) $y = \log_2 x \quad (x > 0)$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	-2	-1	0	1	2



(3) $y = \log_{\frac{1}{2}} x \quad (x > 0)$

x	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4
y	2	1	0	-1	-2



< 21 ページ. ネピアの数 1 >

解答

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = e$$

< 22 ページ. ネピアの数 2 >

解答

$$(1) \lim_{h \rightarrow 0} e^3 \times \left(\frac{e^h - 1}{h} \right) = e^3$$

$$(2) e^x$$

< 23 ページ. 指数関数の微分・積分 >**問 1 の解答**

$$(1) 4e^x \quad (2) -2e^x \quad (3) 4^x \log_e 4 \quad (4) 5^x \log_e 5$$

問 2 の解答

$$(1) 4e^x + C \quad (2) \frac{1}{\log_e 3} 3^x + C \quad (3) \frac{1}{\log_e 4} 4^x + C$$

< 24 ページ. 対数関数の微分 >

解答

$$\begin{aligned} f'(3) &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \{ \log_{10}(3+h) - \log_{10} 3 \} \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \log_{10} \left(1 + \frac{h}{3} \right) \quad \left(\frac{h}{3} = t \Rightarrow h = 3t \right) \\ &= \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{3t} \log_{10}(1+t) = \lim_{t \rightarrow 0} \frac{1}{3} \log_{10}(1+t)^{\frac{1}{t}} \\ &= \frac{1}{3} \log_{10} e \end{aligned}$$

$$f'(x) = \frac{1}{x} \log_{10} e$$

< 25 ページ. 自然対数 >

問 1 の解答

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x} \log_a e$$

問 2 の解答

$$\frac{1}{x} \log_e e = \frac{1}{x}$$

問 3 の解答

(1) 1 (2) $\frac{1}{3}$ (3) -1 (4) 0

問 4 の解答

$$(\log_e x)' = \frac{1}{x}$$

問 5 の解答

$$\log x + C$$

< 26 ページ. 指数・対数関数の定積分 >**問 1 の解答**

(1) $\frac{8}{\log 3}$

(2) $e - \frac{1}{e}$

(3) $\frac{3}{2}$

(4) $\log 2$

問 2 の解答

(1) $5 \left(e^3 - \frac{1}{e} \right)$

(2) $4 \log 6$

(3) $3 + \log 2$

< 27 ページ. 平面上の距離 >

問 1 の解答

(1) $2\sqrt{5}$ (2) $2\sqrt{2}$ (3) $\sqrt{13}$

問 2 の解答

$$AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

< 28 ページ. 円の方程式 >

問 1 の解答

$$(x - \boxed{a})^2 + (y - \boxed{b})^2 = \boxed{r^2}$$

問 2 の解答

- (1) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 16$: 中心 (1 , 2), 半径 = 4
(2) $(x + 2)^2 + (y + 3)^2 = 4$: 中心 (-2 , -3), 半径 = 2
(3) $x^2 + y^2 = 1$: 中心 (0 , 0), 半径 = 1

< 29 ページ. 直角三角形 >

問 1 の解答

$$c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

問 2 の解答

$$AD = \sqrt{3}$$

問 3 の解答

$$BC = \frac{1}{2}$$

$$AB = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

問 4 の解答

$$AB = BC = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

< 30 ページ. 円周上の点 >**問1の解答**

$$A (1 , 0) , B (0 , 1)$$

$$C (-1 , 0) , D (0 , -1)$$

問2の解答

$$A (\frac{\sqrt{2}}{2} , \frac{\sqrt{2}}{2}) , B (-\frac{\sqrt{2}}{2} , \frac{\sqrt{2}}{2})$$

$$C (-\frac{\sqrt{2}}{2} , -\frac{\sqrt{2}}{2}) , D (\frac{\sqrt{2}}{2} , -\frac{\sqrt{2}}{2})$$

問3の解答

$$A (\frac{\sqrt{3}}{2} , \frac{1}{2}) , B (-\frac{\sqrt{3}}{2} , \frac{1}{2})$$

$$C (-\frac{\sqrt{3}}{2} , -\frac{1}{2}) , D (\frac{\sqrt{3}}{2} , -\frac{1}{2})$$

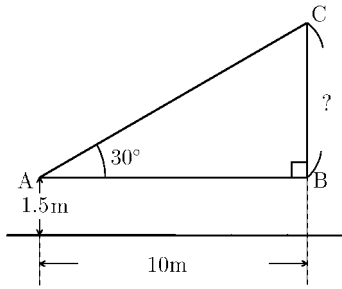
問4の解答

$$A (\frac{1}{2} , \frac{\sqrt{3}}{2}) , B (-\frac{1}{2} , \frac{\sqrt{3}}{2})$$

$$C (-\frac{1}{2} , -\frac{\sqrt{3}}{2}) , D (\frac{1}{2} , -\frac{\sqrt{3}}{2})$$

< 31 ページ. 三角法 >

解答



$$\frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} = 0.5774$$

$$BC = 0.5774 \times AB = 5.774 \text{ (m)}$$

$$\underline{\underline{\text{(答) } 5.774 + 1.5 = 7.274 \text{ (m)}}}}$$

< 33 ページ. 三角比 2 >

問 1 の解答

(1)

$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{AC}{AB} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{BC}{AC} = 1$$

(2)

$$\frac{B'C'}{A'B'} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{A'C'}{A'B'} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{B'C'}{A'C'} = 1$$

(3)

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\tan 45^\circ = 1, \quad \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = 1$$

問 2 の解答

(1)

$$\frac{BC}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{AC}{AB} = \frac{1}{2}, \quad \frac{BC}{AC} = \sqrt{3}$$

(2)

$$\frac{B'C'}{A'B'} = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{A'C'}{A'B'} = \frac{1}{2}, \quad \frac{B'C'}{A'C'} = \sqrt{3}$$

(3)

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{1}{2}$$

$$\tan 45^\circ = \sqrt{3}, \quad \frac{\sin 45^\circ}{\cos 45^\circ} = \sqrt{3}$$

< 34 ページ. 三角関数の定義 >

解答

$$(1) \sin 180^\circ = 0 \quad , \quad \cos 180^\circ = -1 \quad , \quad \tan 180^\circ = 0$$

$$(2) \sin 270^\circ = -1 \quad , \quad \cos 270^\circ = 0$$

< 35 ページ. 三角関数の値 1 >

問 1 の解答

$$(1) \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(2) \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

$$(3) \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

問 2 の解答

$$(1) \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$$

$$(2) \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$(3) \tan 60^\circ = \sqrt{3}$$

問 3 の解答

$$(1) \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(2) \sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$(3) \tan 45^\circ = 1$$

問 4 の解答

$$(1) \cos 135^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 135^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 135^\circ = -1$$

$$(2) \cos 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 225^\circ = 1$$

$$(3) \cos 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \sin 225^\circ = -\frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \tan 225^\circ = 1$$

< 36 ページ. 三角関数の値 2 >

問 1 の解答

$$(1) \cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 150^\circ = \frac{1}{2}, \quad \tan 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(2) \cos 210^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 210^\circ = -\frac{1}{2}, \quad \tan 210^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$(3) \cos 330^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \sin 330^\circ = -\frac{1}{2}, \quad \tan 330^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$


問 2 の解答


$$(1) \cos 120^\circ = -\frac{1}{2}, \quad \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 120^\circ = -\sqrt{3}$$

$$(2) \cos 240^\circ = -\frac{1}{2}, \quad \sin 240^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 240^\circ = \sqrt{3}$$

$$(3) \cos 300^\circ = \frac{1}{2}, \quad \sin 300^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}, \quad \tan 300^\circ = -\sqrt{3}$$

問 3 の解答

角度 θ	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°
$\sin \theta$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\cos \theta$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\tan \theta$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$

	180°	210°	225°	240°	270°	300°	315°	330°	360°
	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$		$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0

< 37 ページ. 一般角 >**解答**

(1) $\sin 100^\circ$ (2) $\cos(290^\circ)$ (3) $\tan 140^\circ$

(4) $\sin 160^\circ$ (5) $\cos 290^\circ$ (6) $\tan 140^\circ$

< 38 ページ. 三角関数の性質 1 >

問 1 の解答

(1) $-\sin \theta$

(2) $-\cos \theta$

(3) $\tan \theta$

問 2 の解答

(1) $-\sin \theta$

(2) $\cos \theta$

(3) $-\tan \theta$

< 39 ページ. 三角関数の性質 2 >

問 1 の解答

$$(1) \cos \theta \qquad (2) \sin \theta$$

問 2 の解答

$$(1) \sin 200^\circ = -0.342 \qquad \cos 200^\circ = -0.9397 \qquad \tan 200^\circ = 0.364$$

$$(2) \sin(-20^\circ) = -0.342 \qquad \cos(-20^\circ) = 0.9397 \qquad \tan(-20^\circ) = -0.364$$

$$(3) \sin 70^\circ = 0.9397 \qquad \cos 70^\circ = 0.342$$

< 40 ページ. 三角関数の性質 3 >

問 1 の解答

$$\tan \theta = \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$$

問 2 の解答

θ	第1象限	第2象限	第3象限	第4象限
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-

問 3 の解答

$$\begin{aligned}\sin \theta &= \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - \left(\frac{12}{13}\right)^2} = \sqrt{\frac{169 - 144}{169}} \\ &= \sqrt{\frac{25}{169}} = \frac{5}{13}\end{aligned}$$