高知工科大学

基礎数学ワークブック

(2001年度版)

Series A

No. 3

解答

＜ 1ページ. 関数の増減 1 ＞

問の解答

(1) $y = x^2 - 2x + 3$

$y' = 2x - 2$, 頂点 (1 , 2)

x	$x < 1$	1	$1 < x$
y'	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	2	$\nearrow$

(2) $y = -2x^2 + 8x - 1$

$y' = -4x + 8$, 頂点 (2 , 7)

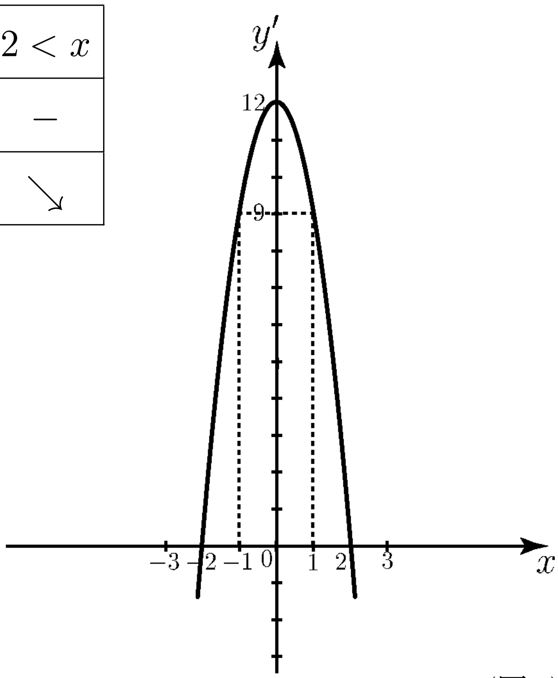
x	$x < 2$	2	$2 < x$
y'	$+$	0	$-$
y	$\nearrow$	7	$\searrow$

< 2ページ. 関数の増減 2 >

問の解答

x	$x<-2$	-2	$-2<x<2$	2	$2<x$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	-16	$\nearrow$	16	$\searrow$

$$\begin{aligned} y' &= 12-3x^2 \\ &= 3(2-x)(2+x) \end{aligned}$$



(図 3)

＜ 3ページ. 関数の増減 3＞

問の解答

(1) $y = -x^3 + 3x^2$,

$y' = -3x^2 + 6x$

x	$x < 0$	0	$0 < x < 2$	2	$2 < x$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$

(2) $y = x^3 - 6x^2 + 9x$,

$y' = 3x^2 - 12x + 9$

x	$x < 1$	1	$1 < x < 3$	3	$3 < x$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$

< 4ページ. 最大・最小 1 >

問の解答

$y = x^3 - 6x^2 + 9x - 3$　(定義域 $0 \leqq x \leqq 4$)

x	0	$\cdots$	1	$\cdots$	3	$\cdots$	4
y'	╳	+	0	−	0	+	╳
y	−3	↗	1	↘	−3	↗	1

$y' = 3x^2 - 12x + 9 = 3(x-3)(x-1)$

(答) $x = 1$ または 4 のとき最大値 $y = 1$

$x = 0$ または 3 のとき最小値 $y = -3$

< 5ページ.最大・最小 2 >

問の解答

$$y = (4-2x)(4-2x)x$$
$$= 4x^3 - 16x^2 + 16$$

$$y' = 12x^2 - 32x + 16$$
$$= 4(3x^2 - 8x + 4)$$
$$= 4(3x-2)(x-2)$$

x	0	$\cdots$	$\frac{2}{3}$	$\cdots$	2
y'	╳	$+$	0	$-$	╳
y	0	$\nearrow$	$\frac{128}{27}$	$\searrow$	0

$\underline{0 < x < 2}$

(答) $x = \dfrac{2}{3}$(cm) のとき、最大容積 $y = \dfrac{128}{27}$(cm^3) をとる。

< 6 ページ. パスカルの三角形 >

問 1 の解答

(1) $(a+b)^4 = (a+b)(a+b)^3 = (a+b)(a^3+3a^2b+3ab^2+b^3)$

$$= \boxed{1}\times a^4 + \boxed{4}\times a^3b + \boxed{6}\times a^2b^2 + \boxed{4}\times ab^3 + \boxed{1}\times b^4$$

(2) $(a\ +\ b)^5 = (a\ +\ b)\left(\boxed{1}\times a^4 + \boxed{4}\times a^3b + \boxed{6}\times a^2b^2 + \boxed{4}\times ab^3 + \boxed{1}\times b^4\right)$

$$= \boxed{1}\times a^5 + \boxed{5}\times a^4b + \boxed{10}\times a^3b^2 + \boxed{10}\times a^2b^3 + \boxed{5}\times ab^4 + \boxed{1}\times b^5$$

問 2 の解答

$(a+b)^0 = 1 \cdots\cdots$ 1

$(a+b)^1 = 1\times a + 1\times b \cdots\cdots$ 1　1

$(a+b)^2 = 1\times a^2 + 2\times ab + 1\times b^2 \cdots\cdots$ 1　2　1

$(a+b)^3 = 1\times a^3 + 3\times a^2b + 3\times ab^2 + 1\times b^3 \cdots\cdots$ 1　3　3　1

$(a+b)^4 = \boxed{1}\times a^4 + \boxed{4}\times a^3b + \boxed{6}\times a^2b^2 + \boxed{4}\times ab^3 + \boxed{1}\times b^4 \cdots\cdots$ $\boxed{1}$ $\boxed{4}$ $\boxed{6}$ $\boxed{4}$ $\boxed{1}$

$(a+b)^5 = \boxed{1}\times a^5 + \boxed{5}\times a^4b + \boxed{10}\times a^3b^2 + \boxed{10}\times a^2b^3 + \boxed{5}\times ab^4 + \boxed{1}\times b^5 \cdots\cdots$ $\boxed{1}$ $\boxed{5}$ $\boxed{10}$ $\boxed{10}$ $\boxed{5}$ $\boxed{1}$

$(a+b)^6 = \boxed{1}\times a^6 + \boxed{6}\times a^5b + \boxed{15}\times a^4b^2 + \boxed{20}\times a^3b^3 + \boxed{15}\times a^2b^4 + \boxed{6}\times ab^5 + \boxed{1}\times b^6$

＜ 7ページ. 整関数の微分 1 ＞

問の解答

$$
\begin{aligned}
\left(x^4\right)' = f'(x) &= \lim_{h\to 0}\frac{f(x+h)-f(x)}{h} = \lim_{h\to 0}\frac{(x+h)^4 - x^4}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}\frac{4x^3h + 6x^2h^2 + 4xh^3 + h^4}{h} = \lim_{h\to 0}(4x^3 + 6x^2h + 4xh^2 + h^3) \\
&= 4x^3
\end{aligned}
$$

＜ 8 ページ. 整関数の微分 2 ＞

問 1 の解答

$$
\begin{aligned}
(x^5)' = f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^5 - x^5}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}(5x^4 + 10x^3h + 10x^2h^2 + 5xh^3 + h^4) \\
&= 5x^4
\end{aligned}
$$

問 2 の解答

$$
\begin{aligned}
(x^6)' = f'(x) &= \lim_{h\to 0} \frac{(x+h)^5 - x^5}{h} \\
&= \lim_{h\to 0}(6x^5 + 15x^4h + 20x^3h^2 + 15x^2h^3 + 6xh^4 + h^5) \\
&= 6x^5
\end{aligned}
$$

問 3 の解答

元の関数 $f(x)$	x^0	x^1	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
導関数 $f'(x)$	0	1	$2x$	$3x^2$	$4x^3$	$5x^4$	$6x^5$

問 4 の解答

$$(x^n)' = nx^{n-1}$$

＜ 9 ページ. 整関数の微分 3 ＞

問の解答

(1) $(x - x^3)'$
$= 1 - 3x^2$

(2) $(7x^6)'$
$= 42x^5$

(3) $(10x^4 + 8x^7)'$
$= 40x^3 + 56x^6$

(4) $(6x^5 - 2x^3 + 3)'$
$= 30x^4 - 6x^2$

(5) $(3x^5 - 6x^2 + 9)'$
$= 15x^4 - 12x$

(6) $(4x^7 - 4x^4 + 9x^2 - 5x)'$
$= 28x^6 - 16x^3 + 18x - 5$

(7) $\big((x-1)(x+4)\big)'$
$= (x^2 + 3x - 4)'$
$= 2x + 3$

(8) $\big((x^2-3)(x^2-2)\big)'$
$= (x^4 + 5x^2 + 6)'$
$= 4x^3 - 10x$

< 10 ページ. 極大・極小 1 >

問の解答

$x = -2$ のとき極大値 $y = 20$

$x = 1$ のとき極小値 $y = -7$

x	$\cdots$	-2	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\nearrow$	20	$\searrow$	-7	$\nearrow$

$$\begin{aligned} y' &= 6x^2 + 6x - 12 \\ &= 6(x^2 + x - 2) \\ &= 6(x-1)(x+2) \end{aligned}$$

< 11 ページ. 極大・極小 2 >

問の解答

(1) $y = -x^4 + 2x^2 + 5$

$y' = -4x^3 + 4x$

$= -4x(x-1)(x+1)$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	1	$\cdots$
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y	$\nearrow$	6	$\searrow$	5	$\nearrow$	6	$\searrow$

$x = \pm 1$ のとき極大値 $y = 6$

$x = 0$ のとき極小値 $y = 5$

(2) $y = 3x^4 - 8x^3 - 18x^2$

$y' = 12x^3 - 24x^2 - 36x$

$= 12x(x-3)(x+1)$

x	$\cdots$	-1	$\cdots$	0	$\cdots$	3	$\cdots$
y'	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$\searrow$	-7	$\nearrow$	0	$\searrow$	-135	$\nearrow$

$x = 0$ のとき極大値 $y = 0$

$x = -1$ のとき極小値 $y = -7$

$x = 3$ のとき極小値 $y = -135$

< 12 ページ. 原始関数 >

問の解答

(1) x^4 の原始関数の一般形 $= \dfrac{1}{5}x^5 + C$

(2) x^5 の原始関数の一般形 $= \dfrac{1}{6}x^6 + C$

(3) x^6 の原始関数の一般形 $= \dfrac{1}{7}x^7 + C$

< 13 ページ. 不定積分 1 >

問 1 の解答

(1) $\displaystyle\int x^4 dx = \frac{1}{5}x^5 + C$

(2) $\displaystyle\int x^5 dx = \frac{1}{6}x^6 + C$

(3) $\displaystyle\int x^6 dx = \frac{1}{7}x^7 + C$

問 2 の解答

$$\int x^n dx = \frac{1}{n+1}x^{n+1} + C$$

＜ 14 ページ. 不定積分 2 ＞

問１の解答

(1) $\displaystyle\int 3x^3 dx = \frac{3}{4}x^4 + C$　　(2) $\displaystyle\int (5-4x)\,dx = 5x - 2x^2 + C$

(3) $\displaystyle\int \left(3x^2 - 10x + 7\right) dx = x^3 - 5x^2 + 7x + C$

問２の解答

$$\int \left(4x^2 - 3x + 2\right) dx - 2\int \left(2x^2 - 3x - 4\right) dx$$

$$= \int (3x+10)\,dx = \frac{3}{2}x^2 + 10x + C$$

< 15 ページ. 和の記号 $\sum$(シグマ) 1 >

問の解答

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} k = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{4} k^4 = 1^4 + 2^4 + 3^4 + 4^4$

(3) $\displaystyle\sum_{k=1}^{5} (2k + 1) = 3 + 5 + 7 + 9 + 11$

(4) $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} (5k - 12) = -7 - 2 + 3 + 8 + 13 + 18$

(5) $\displaystyle\sum_{k=1}^{7} 1 = 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1$

< 16 ページ. 和の記号 $\sum$(シグマ) 2 >

問 1 の解答

(1) $1+2+3+4+\cdots+n=\sum_{k=1}^{n} k$

(2) $1\times 2+3\times 4+5\times 6+\cdots+(2n-1)2n=\sum_{k=1}^{n}(2k-1)2k$

(3) $1+4+7+\cdots+16=\sum_{k=1}^{6}(3k-2)$

(4) $5+10+15+\cdots+100=\sum_{k=1}^{20}5k$

問 2 の解答

(1) $\sum_{k=3}^{7}(k^2-8)=1+8+17+28+41$

(2) $\sum_{k=4}^{8}(3k-2)(k-3)=10+26+48+76+110$

(3) $\sum_{k=0}^{n}4^k=1+4+16+\cdots+4^n$

< 17ページ. 和の記号 $\sum$(シグマ) 3 >

問1の解答

(1) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(2k+3) = n(n+1)+3n = n^2+4n$

(2) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(8k-5) = 4n(n+1)-5n = 4n^2-n$

問2の解答

(1) $$1+3+5+7+\cdots+(2n-1) = \sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n(n+1)-n = n^2$$

(2) $$2+7+12+17+\cdots+(5n-3) = \sum_{k=1}^{n}(5k-3) = \frac{5n(n+1)}{2}-3n = \frac{5n^2-n}{2}$$

(3) $$3+10+17+24+\cdots+(7n-4) = \sum_{k=1}^{n}(7k-4) = \frac{7n(n+1)}{2}-4n = \frac{7n^2-n}{2}$$

< 18 ページ. 和の記号 $\sum$(シグマ) 4 >

問 1 の解答

$$\sum_{k=1}^{n} k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

問 2 の解答

(1) $$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + 7^2 = \sum_{k=1}^{7} k^2 = \frac{7 \times 8 \times 15}{6} = 140$$

(2) $$1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 + (n+1)^2 = \sum_{k=1}^{n+1} k^2 = \frac{(n+1)(n+2)(2n+3)}{6}$$

< 19ページ.和の記号 $\sum$(シグマ) 5 >

問 1 の解答

$$\sum_{k=1}^{n} k^3 = \left\{ \frac{n(n+1)}{2} \right\}^2$$

問 2 の解答

(1) $$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + 7^3 = \sum_{k=1}^{7} k^3 = \left(\frac{7 \times 8}{2} \right)^2 = 784$$

(2) $$1^3 + 2^3 + 3^3 + \cdots + (n-1)^3 = \sum_{k=1}^{n-1} k^3 = \left\{ \frac{(n-1)n}{2} \right\}^2$$

< 20 ページ. 和の記号 $\sum$(シグマ) 6 >

問 1 の解答

(1) $\displaystyle\sum_{i=2}^{4} x_i = x_2 + x_3 + x_4$

(2) $\displaystyle\sum_{j=3}^{6} y_j = y_3 + y_4 + y_5 + y_6$

(3) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} i^2 = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2$

(4) $\displaystyle\sum_{j=2}^{n} j^3 = 2^3 + 3^3 + \cdots + n^3$

問 2 の解答

$$\begin{aligned}\sum_{i=2}^{4}\left\{\sum_{j=4}^{5}(x_i \times y_j)\right\} &= \sum_{i=2}^{4}\,(x_i y_4 + x_i y_5)\\ &= x_2y_4 + x_2y_5 + x_3y_4 + x_3y_5 + x_4y_4 + x_4y_5\end{aligned}$$

< 21 ページ. 区分求積法 1 >

問の解答

$$S = \lim_{n\to\infty} S_n = \lim_{n\to\infty} \left\{ \frac{1}{6}\left(1 - \frac{1}{n}\right)\left(2 - \frac{1}{n}\right) \right\}$$

$$= \frac{1}{6} \times 1 \times 2$$

$$= \frac{1}{3}$$

＜ 22 ページ. 区分求積法 2 ＞

問の解答

(1) $$\begin{aligned}(x_1)^2+(x_2)^2+\cdots+(x_n)^2 &= h^2+(2h)^2+\cdots+(nh)^2\\ &= h^2(1^2+2^2+\cdots+n^2)\end{aligned}$$

(2) $$\begin{aligned}(x_1)^2+(x_2)^2+\cdots+(x_n)^2 &= h^2+(2h)^2+\cdots+(nh)^2\\ &= h^2\sum_{k=1}^{n}k^2\\ &= \frac{h^2}{6}n(n+1)(2n+1)\end{aligned}$$

(3) $$\begin{aligned}S_n^* &= \left\{(x_1)^2+(x_2)^2+\cdots+(x_{n-1})^2+(x_n)^2\right\}h\\ &= \frac{h^3}{6}n(n+1)(2n+1)=\frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)\end{aligned}$$

(4) $$\begin{aligned}\lim_{n\to\infty}S_n^* &= \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{6}\left(1+\frac{1}{n}\right)\left(2+\frac{1}{n}\right)\right\}\\ &= \frac{1}{6}\times 1\times 2\\ &= \frac{1}{3}\end{aligned}$$

＜ 23ページ. 区分求積法 3 ＞

問の解答

$$S_n^* = h^3h + (2h)^3h + (3h)^3h + \cdots + (nh)^3h$$

$$= h^4\sum_{k=1}^{n} k^3$$

$$= \left(\frac{1}{n}\right)^4 \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$$

$$= \frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n^* = \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2\right\} = \frac{1}{4}$$

< 24 ページ. 面積関数 $S(x)$ 1 >

問の解答

$$
\begin{aligned}
S_n^* &= (x_1)^2 h + (x_2)^2 h + \cdots + (x_n)^2 h \\
&= \left\{ \sum_{k=1}^{n} k^2 \right\} h^3 \\
&= \frac{1}{6} n(n+1)(2n+1) \times \left(\frac{x}{n} \right)^3 \\
&= \frac{1}{6} \left(1 + \frac{1}{n} \right) \left(2 + \frac{1}{n} \right) x^3
\end{aligned}
$$

$$
\lim_{n \to \infty} S_n^*(x) = \frac{1}{6} \cdot 1 \cdot 2 \cdot x^3 = \frac{1}{3} x^3
$$

< 25 ページ. 面積関数 $S(x)$ 2 >

問の解答

$$S_n^* = \left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2 \times \left(\frac{x}{n}\right)^4$$

$$= \frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 x^4$$

$$\lim_{n\to\infty} S_n^*(x) = \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{1}{4}\left(1+\frac{1}{n}\right)^2 x^4\right\} = \frac{1}{4}x^4$$

< 26 ページ. 面積関数 $S(x)$ 3 >

問 1 の解答

(1) $f(x) = 1$ のとき $S(x) = x$

(2) $f(x) = x$ のとき $S(x) = \frac{1}{2}x^2$

(3) $f(x) = x^2$ のとき $S(x) = \frac{1}{3}x^3$

(4) $f(x) = x^3$ のとき $S(x) = \frac{1}{4}x^4$

問 2 の解答

$$S(x) = \frac{1}{5}x^5$$

問 3 の解答

$$S(x) = \frac{1}{n+1}x^{n+1}$$

問 4 の解答

$$\{S(x)\}' = f(x)$$

< 27 ページ. 面積関数 $S(x)$ 4 >

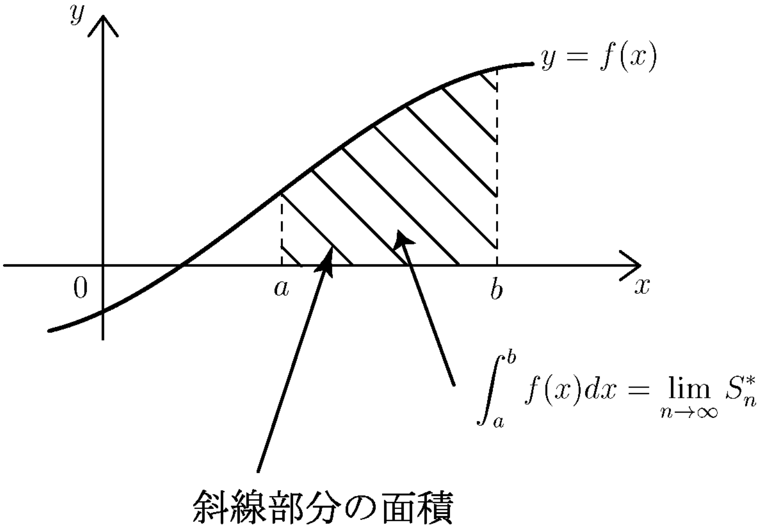
問の解答

$$S(x) = \frac{1}{4}x^4 - x^3 + 4x$$

$$\begin{aligned} S &= S(3) - S(2) \\ &= \left(\frac{81}{4} - 27 + 12\right) - (4 - 8 + 8) \\ &= \frac{81 - 76}{4} \\ &= \frac{5}{4} \end{aligned}$$

< 28 ページ. 定積分の定義 >

問の解答



< 30 ページ. 定積分 1 >

問の解答

(1) $\displaystyle\int_4^7 1dx = \Big[x\Big]_4^7 = 3$

(2) $\displaystyle\int_{-1}^3 xdx = \left[\frac{1}{2}x^2\right]_{-1}^3 = 4$

(3) $\displaystyle\int_{-2}^1 x^2dx = \left[\frac{1}{3}x^3\right]_{-2}^1 = 3$

(4) $\displaystyle\int_{-2}^2 x^3dx = \left[\frac{1}{4}x^4\right]_{-2}^2 = 0$

＜ 31 ページ. 定積分 2 ＞

問の解答

(1) $\displaystyle\int_2^2 (x^2 - 3x)dx = 0$

(2) $\displaystyle\int_3^3 (2x - 3x^3)dx = 0$

(3) $\displaystyle\int_4^4 x^4 dx = 0$

(4) $\displaystyle\int_4^1 x^3 dx = \left[\frac{1}{4}x^4\right]_4^1 = -\frac{255}{4}$

(5) $\displaystyle\int_4^2 x^4 dx = \left[\frac{1}{5}x^5\right]_4^2 = -\frac{992}{5}$

(6) $\displaystyle\int_2^{-2} (x^2 - 4)dx = \left[\frac{1}{3}x^3 - 4x\right]_2^{-2} = \frac{32}{3}$

(7) $\displaystyle\int_6^0 (x - 2)dx = \left[\frac{1}{2}x^2 - 2x\right]_6^0 = -6$

(8) $\displaystyle\int_2^{-2} (x^3 - x)dx = \left[\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^2\right]_2^{-2} = 0$

< 32 ページ. 面積 1 >

問の解答

$$S = \int_{-1}^{2}(-x^2+2x+4)dx - \int_{-1}^{2}(x^2)dx$$

$$= \int_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)dx$$

$$= \left[-\frac{2}{3}x^3+x^2+4x\right]_{-1}^{2}$$

$$= \left(-\frac{16}{3}+4+8\right)-\left(\frac{2}{3}+1-4\right)$$

$$= 9$$

＜ 33 ページ. 面積 2 ＞

問１の解答

$$S = \int_a^b \left\{ \left(f(x) + C \right) - \left(g(x) + C \right) \right\} dx$$

$$= \int_a^b \left\{ f(x) - g(x) \right\} dx$$

問２の解答

$$S = \int_{-1}^1 \left\{ (-x^2 + 2x + 1) - (x^2 + 2x - 1) \right\} dx$$

$$= \int_{-1}^1 \left(-2x^2 + 2 \right) dx$$

$$= 2 \left[-\frac{1}{3}x^3 + x \right]_{-1}^1$$

$$= 2 \left(-\frac{2}{3} + 2 \right)$$

$$= \frac{8}{3}$$

< 34 ページ. 体積 1 >

問の解答

$$V = \lim_{n\to\infty} V_n = \lim_{n\to\infty} \left\{ \frac{5^2 \times 7}{12} \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(2 + \frac{1}{n}\right) \right\}$$

$$= \frac{5^2 \times 7}{6}$$

$$= \frac{175}{6}$$

< 35 ページ. 体積 2 >

問の解答

$$V = \int_0^7 \left(\frac{6}{7^2} x^2 \right) dx = \frac{2}{49} \left[x^3 \right]_0^7 = 14$$

< 36 ページ. 体積 3 >

問 1 の解答

$$f(x) = \frac{4}{25}\pi x^2 \qquad , V = \frac{20}{3}\pi$$

問 2 の解答

$$f(x) = \frac{4}{9}x^2 \qquad , V = 4$$

< 37 ページ. 体積 4 >

問の解答

$f(x) = \pi(r^2 - x^2)$

$$V = \int_{-r}^{r} \pi \left(r^2 - x^2\right) dx = \pi \left[r^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_{-r}^{r}$$

$$= \pi \left(2r^3 - \frac{2}{3} r^3 \right) = \frac{4}{3} \pi r^3$$

< 38 ページ. 質量と重心 1 >

問の解答

$$g = \frac{1}{M}\{m_1x_1 + m_2x_2 + \cdots + m_nx_n\}$$

< 39 ページ. 質量と重心 2 >

問の解答

$$g = \frac{1}{M}\int_a^b xf(x)dx$$

< 40 ページ. 質量と重心 3 >

問の解答

$$M = \int_0^2 f(x)dx = \int_0^2 (-x^2+2x)\,dx = \left[-\frac{x^3}{3}+x^2\right]_0^2 = \frac{4}{3}$$

$$g = \frac{1}{M}\int_0^2 xf(x)dx = \frac{3}{4}\int_0^2 (-x^3+2x^2)\,dx$$

$$= \frac{3}{4}\left[-\frac{x^4}{4}+\frac{2}{3}x^3\right]_0^2 = \frac{3}{4}\left(-4+\frac{16}{3}\right) = 1$$