< 空間の線積分 >

空間の曲線 C が

$$C = \left\{ \boldsymbol{r}(t) = \big(\ x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ z(t)\ \big)\ :\ a \leqq t \leqq b \right\}$$

と表されるとする。3 変数関数 $f(x\ ,\ y\ ,\ z)$ に対して，

$$\boxed{\int_C f ds = \int_a^b f\big(x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ z(t)\big)\frac{ds}{dt}dt = \int_a^b f\big(x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ z(t)\big)\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| dt}$$

を平面の場合（15 ページ）と同様に **曲線 C に沿った線積分** という。
ただし

$$\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

である。また x 成分，y 成分，z 成分に関する線積分も平面の場合（17 ページ）と同様に

$$\boxed{\int_C f dx = \int_a^b f\big(x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ z(t)\big)\frac{dx}{dt}dt} \ (x \text{ 成分に関する線積分 })$$

$$\boxed{\int_C f dy = \int_a^b f\big(x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ z(t)\big)\frac{dy}{dt}dt} \ (y \text{ 成分に関する線積分 })$$

$$\boxed{\int_C f dz = \int_a^b f\big(x(t)\ ,\ y(t)\ ,\ z(t)\big)\frac{dz}{dt}dt} \ (z \text{ 成分に関する線積分 })$$

と定める。

問　曲線 C は前ページの問と同じ曲線とする。

$f(x\ ,\ y\ ,\ z) = x\ +\ y\ +\ z$

のとき，次の線積分の値を求めよ。

(1) $\displaystyle\int_C f ds$　　　　(2) $\displaystyle\int_C f dz$