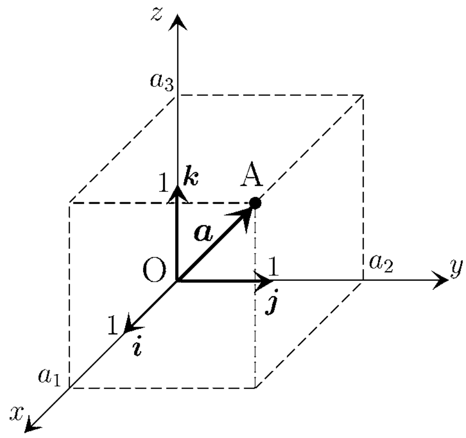
＜空間のベクトル１＞

空間座標における原点 O(0 , 0 , 0) と点 A$(a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3)$ に対し，点 A の位置ベクトルを

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \boldsymbol{a} = (a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3)$$

で表す。成分は横ベクトル表示を使う。ベクトルは $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{c}$ 等のアルファベットの太文字で表す。特に



$$\boldsymbol{i} = (1\ ,\ 0\ ,\ 0)\quad ,\quad \boldsymbol{j} = (0\ ,\ 1\ ,\ 0)\quad ,\quad \boldsymbol{k} = (0\ ,\ 0\ ,\ 1)$$

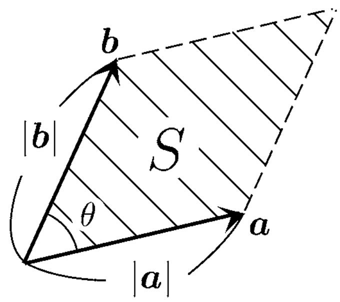
は**基本ベクトル**といい，常にこの意味でこの記号を使う。
これを用いると

$$\boldsymbol{a} = (a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3) = a_1\boldsymbol{i} + a_2\boldsymbol{j} + a_3\boldsymbol{k}$$

となる。$\boldsymbol{a}$ の大きさは

$$|\boldsymbol{a}| = \sqrt{(a_1)^2 + (a_2)^2 + (a_3)^2}$$

である。$\boldsymbol{a} = (a_1\ ,\ a_2\ ,\ a_3)$, $\boldsymbol{b} = (b_1\ ,\ b_2\ ,\ b_3)$ の内積は



$$\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\theta = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3$$

である。また２つのベクトル $\boldsymbol{a}$, $\boldsymbol{b}$ が作る平行四辺形の面積 S は

$$S = |\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\sin\theta = \sqrt{\begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}^2}$$

である。

問　$\boldsymbol{a} = (1\ ,\ 2\ ,\ 3)$, $\boldsymbol{b} = (3\ ,\ 0\ ,\ -1)$ であるとき，次の値を求めよ。

(1) $|\boldsymbol{a}| =$　　　　(2) $|\boldsymbol{b}| =$　　　　(3) $\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b} =$

(4) $\theta =$　　　　(5) $S =$