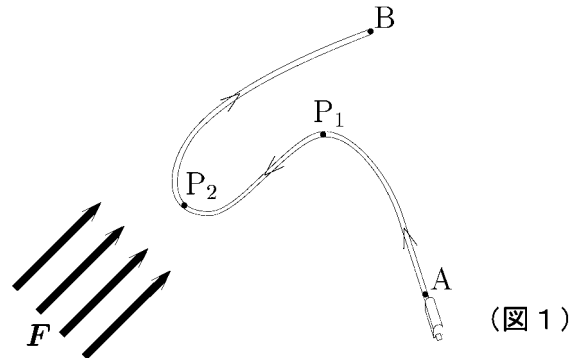


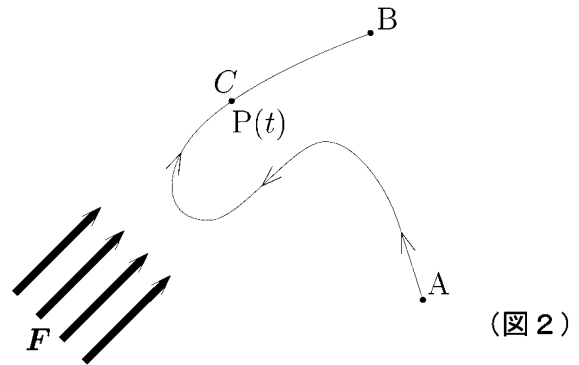
< 平面のベクトル場の線積分 1 >

平面上の流れの場合は，平面の各点 (x, y) に 速度ベクトル $\mathbf{v} = (v_1(x, y), v_2(x, y))$ が対応していた。これと同様に平面上の各点に ベクトル $\mathbf{F} = (f_1(x, y), f_2(x, y))$ が対応しているとき，ベクトル場 \mathbf{F} という。 \mathbf{F} は例えば風，水流，磁力，電界などの力を表すと思ってよい。このようなベクトル場の中を点が運動すると考えて，ベクトル場から受ける力を計算したい。

例 図1のようなモノレールがあり
 A 駅から B 駅へ行くとする。
 そこへ大型台風がやって来た。
 台風風の風力を \mathbf{F} とする。
 モノレールは A から
 P_1 地点までは横風で進み，
 P_1 から P_2 までは向かい風にあい，
 P_2 から B までは追い風になる。
 追い風するとき，モノレールには
 プラスの力が加わる。向かい風
 のとき，モノレールにはマイナス
 の力が加わる。真横の風のときは
 風の力を無視する。
 モノレールが A から B まで進むとき
 台風風の風力 \mathbf{F} から受ける力の合計を
 計算したい。モノレールの軌道を
 座標平面上の曲線 C (図2) と
 考えると，時刻 t での位置 $P(t)$
 にかかる風力 \mathbf{F} からの影響は
 風力 \mathbf{F} の接線方向の成分である。



(図1)



(図2)

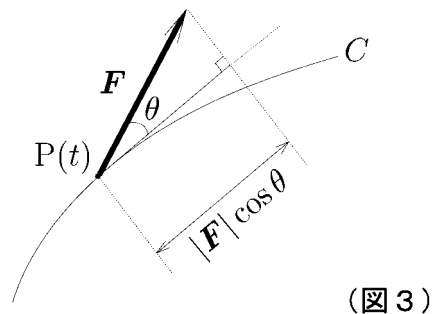
図3より接線方向の成分は

$$|\mathbf{F}| \cos \theta$$

であるから， \mathbf{F} から受ける力の合計は

$$\int_C |\mathbf{F}| \cos \theta ds \quad (\text{弧長に関する線積分})$$

で表される。



(図3)