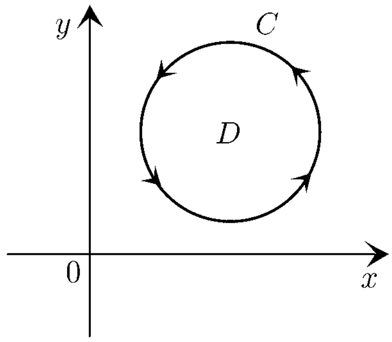
< グリーンの定理 2 >

右図のように反時計まわりに進む単一閉曲線 C 一閉曲線 C に囲まれた領域を D とする。このとき 2 変数関数 $f(x,y)$ に対して，前ページの結果より



$$\boxed{\iint_D \frac{\partial f}{\partial y}dxdy = -\int_C f(x,y)dx} \quad \cdots\cdots\cdots \quad (1)$$

が成立する。同様の計算により 2 変数関数 $g(x,y)$ に対して

$$\boxed{\iint_D \frac{\partial g}{\partial x}dxdy = \int_C g(x,y)dy} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots \quad (2)$$

が成立する。ここで省略記号

$$\int_C f(x,y)dx + \int_C g(x,y)dy = \int_C (fdx + gdy)$$

を使うと (2) 式− (1) 式より

$$\boxed{\iint_D \left\{\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right\} dxdy = \int_C (fdx + gdy)} \quad \text{（グリーンの定理）}$$

が成立する。これを**グリーンの定理**という。

(注)　領域 D を囲む境界 C' が右図のように時計まわりならば $C' = -C$ より

$$\iint_D \left\{\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial y}\right\} dxdy = -\int_{C'} (fdx + gdy)$$

となる。