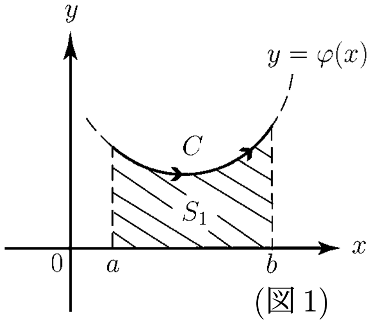
< 平面上の線積分 5 >

例　曲線 C が図 1 のように

$C : x(t) = t \ \ , \ y(t) = \varphi(t) \ \ , \ a \leqq t \leqq b$

と表される場合には，次の線積分

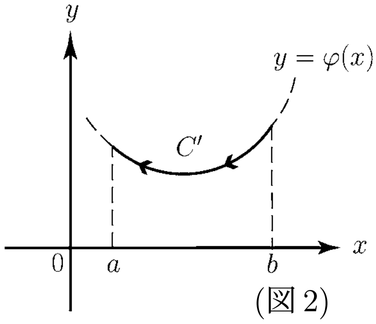
$$\boxed{\int_C ydx = \int_a^b \varphi(t)dt = S_1}$$



(図 1)

は図 1 の斜線部分の面積 S_1 を意味する。このような場合は
線積分を単に x に関する積分

$$\int_C ydx = \int_a^b \varphi(x)dx$$



(図 2)

で表す。図 1 と同じ曲線で
$x = b$ から出発したとして $x = a$ に向かう曲線を
C'(図 2) とすると

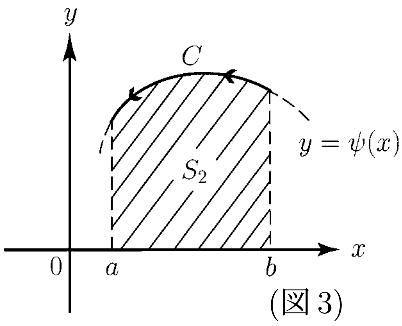
$$\int_{C'} ydx = \int_b^a \varphi(x)dx = -\int_a^b \varphi(x)dx = -\int_C ydx$$

となる。C と同じ曲線を逆に進む積分路 C' は

$$C' = -C$$

と書かれる。

問　積分路 C は曲線 $y = \psi(x)$ 上を
$x = b$ から $x = a$ に向かって進むとする。
図 3 の斜線部分の面積 S_2 を
線積分で表せ。



(図 3)