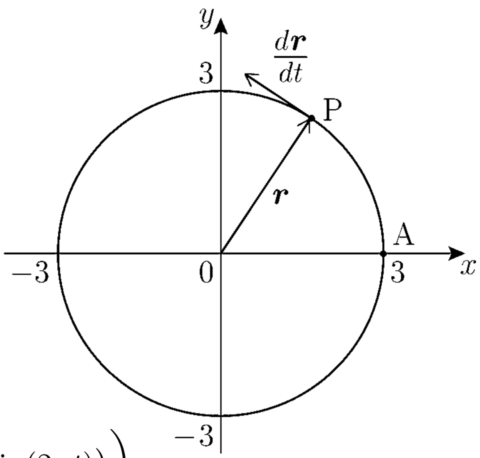
＜ 平面上の運動 2 ＞



例　原点を中心として半径 3 の円周上を点 P が動く。点 A(3,0) から出発し，1 秒間に 1 回転するとき，t 秒後の P の位置ベクトル $\boldsymbol{r}$ は

$$\boldsymbol{r} = \big(3\cos(2\pi t)\ ,\ 3\sin(2\pi t)\big)$$

であり，速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ は

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \left(\frac{d}{dt}\big(3\cos(2\pi t)\big)\ ,\ \frac{d}{dt}\big(3\sin(2\pi t)\big)\right)$$
$$= \big(-6\pi\sin(2\pi t)\ ,\ 6\pi\cos(2\pi t)\big)$$

である。$\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ の方向は半径 3 の円周の点 P における接線方向であり，$\dfrac{d\boldsymbol{r}}{dt}$ の大きさは

$$\left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| = \sqrt{\big(-6\pi\sin(2\pi t)\big)^2 + \big(6\pi\cos(2\pi t)\big)^2}$$
$$= \sqrt{(6\pi)^2\big\{\sin^2(2\pi t) + \cos^2(2\pi t)\big\}} = 6\pi$$

問 1　例の場合の加速度ベクトル $\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}$ とその大きさ $\left|\dfrac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2}\right|$ を求めよ。

問 2　例の場合，点 P が A から出発して $\dfrac{1}{4}$ 秒後までに動いた道のり s を以下の積分を計算することによって求めよ。

$$s = \int_0^{\frac{1}{4}} \left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| dt =$$