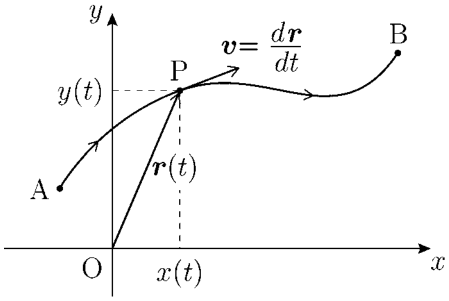
< 平面上の運動 1 >



平面上を動く点 P の時刻 t における座標が $\big(x(t), y(t)\big)$ であるとき，点 P の位置ベクトルを

$$\boxed{\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \boldsymbol{r}(t) = \big(x(t), y(t)\big)}$$

で表す。このようにベクトルを今後アルファベットの太文字で表すことにする。またベクトルの成分を行ベクトル表示で表す。$\boldsymbol{r}(t)$ はベクトル値関数である。この $\boldsymbol{r}(t)$ の導関数を

$$\boxed{\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\ ,\ \frac{dy}{dt}\right)}$$

で表すことにすると，時刻 t における点 P の速度ベクトル $\boldsymbol{v}$ は

$$\boldsymbol{v} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \left(\frac{dx}{dt}\ ,\ \frac{dy}{dt}\right)$$

であり，その絶対値は

$$|\boldsymbol{v}| = \left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$$

となる。今点 P が時刻 $t = a$ (位置 A) から時刻 $t = b$ (位置 B) まで動いたときの道のり (= 曲線 AB の長さ) を s とすると 1 ページの結果より

$$\boxed{s = \int_a^b \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}\,dt = \int_a^b \left|\frac{d\boldsymbol{r}}{dt}\right| dt} \quad \text{（曲線の長さ）}$$

となる。同様にして加速度ベクトル $\boldsymbol{a}$ を

$$\boldsymbol{a} = \frac{d^2\boldsymbol{r}}{dt^2} = \left(\frac{d^2x}{dt^2}\ ,\ \frac{d^2y}{dt^2}\right)$$

と定める。