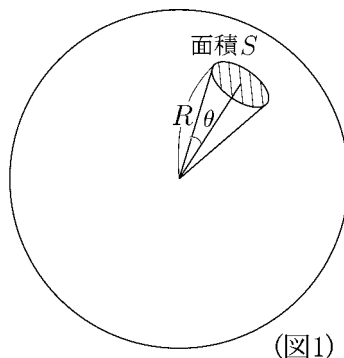


< 回転体の表面積 3 >

例 図1のような半径 R の球面の一部 (図1の斜線部分) の面積 S を求めたい。 S は図2の弧 AB を x 軸のまわりに回転してできる回転面の表面積であるから, 前ページの公式が使える。



$$y = \sqrt{R^2 - x^2}$$

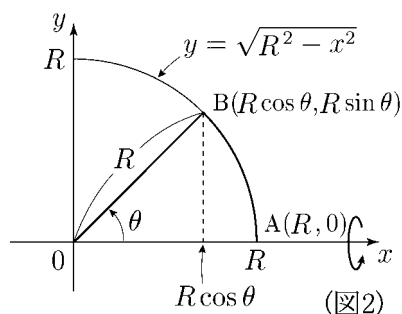
$$y' = -\frac{x}{\sqrt{R^2 - x^2}}$$

$$1 + (y')^2 = 1 + \frac{x^2}{R^2 - x^2} = \frac{R^2}{R^2 - x^2}$$

だから

$$S = \int_{R \cos \theta}^R 2\pi y \sqrt{1 + (y')^2} dx = \int_{R \cos \theta}^R 2\pi \sqrt{R^2 - x^2} \sqrt{\frac{R^2}{R^2 - x^2}} dx$$

$$= \int_{R \cos \theta}^R 2\pi R dx = 2\pi R^2 (1 - \cos \theta)$$



問 半径 R の球面の面積 S を求めたい。球面を図3の半円を x 軸のまわりに回転してできる回転面と考え, S を求めよ。

