

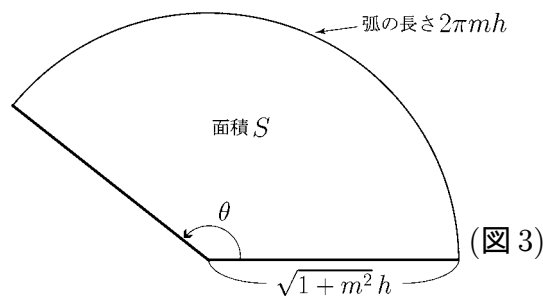
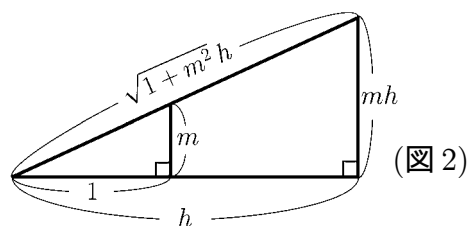
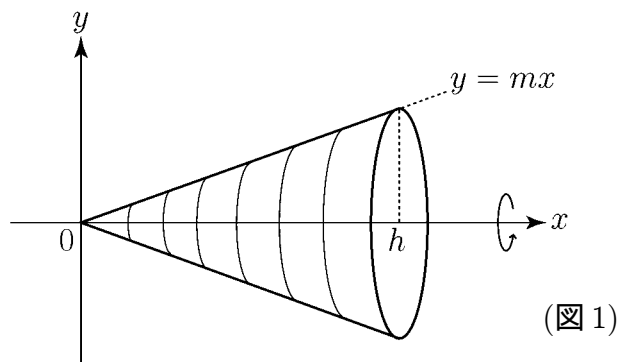
< 回転体の表面積 1 >

例 直線 $y = mx$ の $0 \leq x \leq h$ の範囲の線分を x 軸のまわりに 1 回転してできた円錐の側面の表面積 S を求めたい。
 この円錐の側面を図 3 のような扇形の紙をまるめて作ったと考えると, S はこの扇形の面積になる。図 2 よりこの扇形は半径 $\sqrt{1+m^2}h$ であり, 弧の長さは $2\pi mh$ である。よって中心角 θ は

$$\theta = \frac{\text{弧の長さ}}{\text{半径}} = \frac{2\pi mh}{\sqrt{1+m^2}h} = \frac{2\pi m}{\sqrt{1+m^2}}$$

である。従って面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{2} \times (\text{中心角}) \times (\text{半径})^2 \\ &= \frac{1}{2} \theta \cdot (\sqrt{1+m^2}h)^2 \\ &= \frac{1}{2} \cdot \frac{2\pi m}{\sqrt{1+m^2}} \times (1+m^2)h^2 \\ &= \pi m \sqrt{1+m^2}h^2 \end{aligned}$$



問 直線 $y = mx$ の $a \leq x \leq b$ の範囲の線分を x 軸のまわりに 1 回転してできた回転体 (図 4) の側面の表面積 S を求めよ。

