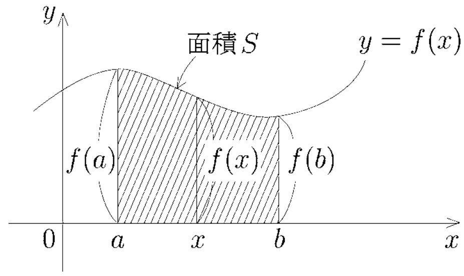
# < 線と面 >

線を集めると面になる。線の長さを積分すれば面積が求まる。
積分とは「微少な部分をたし合わせる」ことを意味する。古い言い方では
「塵も積もれば山となる」などと言う。

**例 1** 正の関数 $f(x)$ に対し，図 1 の斜線部分の面積 $S$ は

$$\boxed{S = \int_a^b f(x)dx}$$

となる。



(図1)

**例 2** 中心角 $\frac{\pi}{4}$，半径 $R$ の扇形 OAB の面積を $S$,
中心角 $\frac{\pi}{4}$，半径 $r$ の扇形 OCD の弧 CD の
長さを $\ell(r)$ とすると

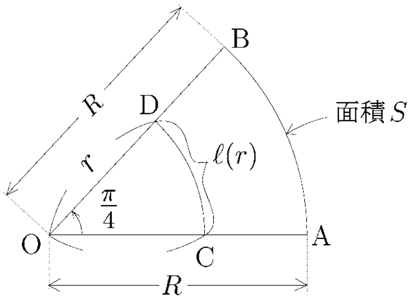
$$S = \frac{\pi R^2}{8}, \ell(r) = \frac{\pi}{4}r$$

となる。ここで

$$\int_0^R \frac{\pi}{4}rdr = \left[\frac{\pi}{8}r^2\right]_0^R = \frac{\pi R^2}{8} = S$$

より $\boxed{S = \int_0^R \ell(r)dr}$

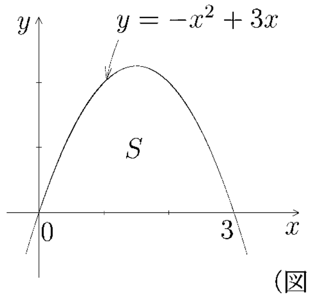
が成り立つ。



(図2)

**問 1** 図 3 の斜線部分の面積 $S$ を求めよ。

$S =$



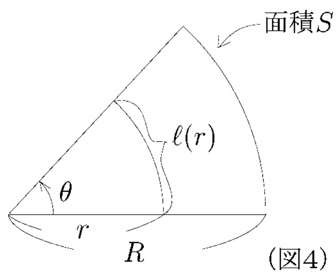
(図3)

**問 2** 半径 $R$ の円の面積 $S$ と半径 $r$ の円周の長さ $\ell(r)$ を求めよ。

$S =$ ，$\ell(r) =$

**問 3** 中心角 $\theta$(ラジアン)，半径 $R$ の扇形の面積 $S$ と，中心角 $\theta$(ラジアン)，半径 $r$ の扇形の弧の長さ $\ell(r)$ を求めよ。

$S =$ ，$\ell(r) =$



(図4)